

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PAVIA
FACOLTA' DI INGEGNERIA
DIPARTIMENTO DI ELETTRONICA

STUDIO DI UN OSCILLATORE LC
MULTIFASE PER SINTESI FRAZIONALE DI
FREQUENZA A BASSE SPURIE

Relatore:
Chiar.mo Prof. Rinaldo Castello

Correlatore:
Ing. Alessandro Magnani
Ing. Guido Albasini

Tesi di Laurea di
Nicola Rogledi

Anno Accademico 1998/99

INTRODUZIONE 3

CAPITOLO 1	IL RICEVITORE RF INTEGRATO	6
1.1	La comunicazione attraverso Radio Frequenza	6
1.2	Architetture per ricevitori integrati: il problema dell'immagine.	8
1.2.1	Ricevitore diretto (direct conversion)	9
1.2.2	Ricevitore low-IF	11
1.2.3	Il ricevitore quasi IF	12
1.2.4	Caratteristiche degli elementi che costituiscono i ricevitori	13
1.3	Blocchi costituenti un ricevitore RF	17
1.3.1	MIXER a reiezione di immagine	17
1.3.2	Il PLL	19
1.3.3	Funzionamento del PLL	20
1.3.4	Rumore nel PLL	22
1.3.4.1	Rumore di fase in ingresso	23
1.3.4.2	Rumore di fase del VCO	24
1.3.5	Soluzioni attualmente adottate per realizzare la quadratura di due segnali a radiofrequenza	25
CAPITOLO 2	Introduzione ai VCO	29
2.1	Caratteristiche di un VCO	30
2.2	Phase-noise	31
2.3	Modelli di oscillatori tipicamente impiegati come VCO	33
2.3.1	Oscillatore LC differenziale	36
2.3.1.1	Phase-noise VCO-LCR	38
2.3.1.2	Analisi del VCO LC differenziale	40
2.3.2	Il ring oscillator	43
2.3.2.1	Phase-noise in un ring-oscillator	44
2.4	Induttanze integrate	46
2.4.1	Induttori a spirale	47
2.4.2	Induttori attivi	48
2.4.3	Induttori Bondwire	49
CAPITOLO 3	VCO a più fasi	51
3.1	Il locking	52
3.2	Sincronizzazione di VCO	54
3.2.1	Oscillatore a 4 fasi	54
3.2.2	Oscillatore a 6 fasi	59
3.2.3	Oscillatore a 8 fasi	61
3.3	Effetti dei transistor di aggancio sul funzionamento dell'oscillatore	63

CAPITOLO 4	Analisi di rumore su una struttura di VCO multifase	74
4.1	Il modello lineare	75
4.2	Analisi dei sistemi multifase attraverso il criterio del luogo delle radici	84
4.3	Analogie con il ring-oscillator	87
4.4	Risultati e limiti del modello	88
CAPITOLO 5	Analisi non lineare di un oscillatore a più fasi	92
5.1	Modello di Van Der Poll per singolo oscillatore	93
5.2	Ampliamento del modello non lineare al caso di N oscillatori agganciati	95
5.2.1	Calcolo dell'errore di fase dato un mismatch sulla capacità del tank	99
5.3	Analisi di rumore bianco	106
CAPITOLO 6	Progetto di un VCO a 8 fasi	110
CONCLUSIONI		121
APPENDICE		123

INTRODUZIONE

Il telefono cellulare sta diventando una componente della vita di tutti i giorni per un numero sempre crescente di persone, per cui la necessità di elevare prestazioni ad un basso costo diventano sempre più importanti. In effetti si assiste attualmente ad una riduzione del consumo di potenza e del prezzo dei telefoni portatili del 30% ogni anno, ma non è chiaro per quanto tempo ancora sarà sostenibile una tale tendenza. Inoltre, per servire un numero di clienti sempre più elevato tali sistemi radio sono costretti a "migrare" verso bande di frequenza sempre più elevate richiedendo così una tecnologia sempre più raffinata in cui la parte di "front-end" analogico e quella di elaborazione del segnale (Digital Signal Processing) sono presenti sullo stesso circuito integrato. Questo consente, ad esempio, l'eliminazione delle interfacce necessarie a pilotare le capacità parassite, le linee esterne a bassa impedenza, con conseguente risparmio di potenza, per il collegamento tra i vari chip e costosi componenti esterni come gli induttori ad alto Q con conseguente risparmio e dei costi di produzione.

I telefoni cellulari odierni contengono più di un milione di transistor: una piccola parte di essi lavora nel campo della RF (Radio Frequenza), la rimanente parte è adibita all'elaborazione del segnale ad una frequenza più bassa. Nonostante ciò la parte RF è tuttora quella più importante dal punto di vista progettuale. Questo è dovuto a tre ragioni principali:

1) mentre i circuiti digitali beneficiano dei miglioramenti della tecnologia dei circuiti integrati, la sezione a radio frequenza, analogica, spesso richiede componenti esterni che sono difficili da integrare anche con la odierna tecnologia.

2) contrariamente agli altri circuiti analogici, un progetto per la RF richiede una buona esperienza in settori che non sono direttamente collegati con i circuiti integrati come, ad esempio, quello delle microonde, delle telecomunicazioni, della modulazione analogica e digitale.

Questo lavoro di tesi vuole dare un contributo in questo campo, con uno studio sugli oscillatori LC multifase, elementi che attualmente sono oggetto di studio in una nuova tecnica di sintesi di frequenza frazionale. La tecnica della sintesi frazionale di frequenza consente di avere segnali RF (radio frequenza) molto stabili e finemente spazati tra loro. L'uso degli oscillatori multifase nell'ambito della sintesi di frequenza frazionale potrebbe avere l'ulteriore pregio di presentare in uscita toni spuri di minore intensità. La sintesi frazionale di frequenza non verrà trattata in questo lavoro in quanto rappresenta una tecnica molto complicata e non può essere trattata in modo superficiale nei capitoli introduttivi che seguono.

Nel I capitolo verranno presi in esame i principali problemi di elaborazione del segnale analogico e verranno brevemente analizzate le architetture più promettenti di ricevitore completamente integrato (ricevitore diretto, Low IF, Quasi IF) ed

infine verrà analizzato il funzionamento del sintetizzatore di frequenza. (PLL)

Nel II capitolo verranno analizzate le problematiche e le soluzioni adottate nella realizzazione del VCO (Voltage Controlled Oscillator), blocco forse più critico da incorporare nel chip. Dopo una descrizione di due tipiche topologie di VCO ne verranno risaltati i pregi e i difetti di tali soluzioni.

Nel III capitolo verrà analizzata la struttura degli oscillatori risonanti agganciati tra loro, verranno descritte le topologie di base, le caratteristiche e verranno espresse le prime considerazioni di tali dispositivi.

Nel IV capitolo verrà analizzato un modello lineare degli oscillatori agganciati, in particolare si arriverà a formulare un parallelismo tra oscillatori agganciati e Ring-oscillator.

Quindi nel V capitolo verrà studiato il modello non lineare del sistema, in particolare si otterranno delle formulazioni analitiche che permettono, in fase di progetto, di ottenere il dimensionamento circuitale date le specifiche.

Infine nel VI capitolo, sarà illustrato l'esempio di un dimensionamento di un oscillatore multifase date delle specifiche di progetto rispondenti alle recenti tecnologie.

IL RICEVITORE RF INTEGRATO

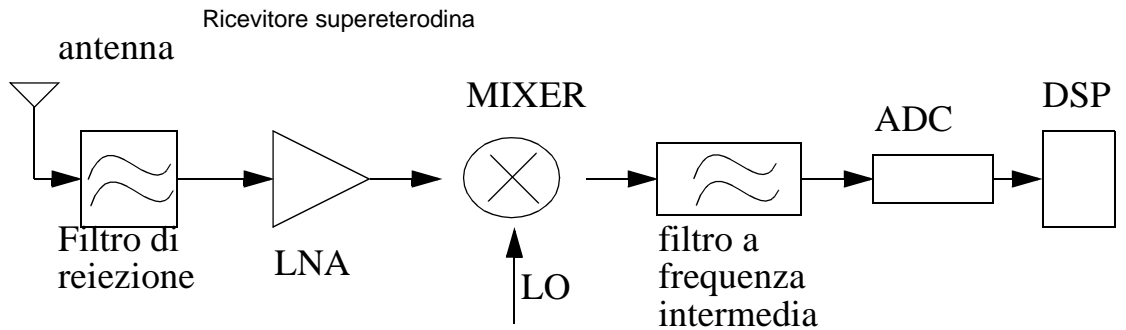
1.1 La comunicazione attraverso Radio Frequenza

La struttura di un ricevitore dipende notevolmente dalle applicazioni per cui viene progettato, in generale esso deve poter effettuare le seguenti operazioni:

- 1) Sintonizzarsi sul canale desiderato sul quale viene trasmessa l'informazione
- 2) Eliminare i canali non voluti
- 3) Amplificare il segnale voluto per poterlo demodulare
- 4) Recupero dell'informazione trasmessa attraverso la demodulazione

Lo schema di base per realizzare questi processi è illustrato in figura 1.1 in cui viene esposto lo schema a blocchi di un ricevitore supereterodina.

FIGURA 1.1



Lo spettro di frequenze viene limitato da un filtro di reiezione che esegue una prima selezione della banda, le frequenze non attenuate vengono amplificate da uno stadio LNA che ha la caratteristica di amplificare il segnale ad un valore opportuno senza introdurre ulteriore degradazione sul rumore. Tramite un MIXER il segnale ad alta frequenza viene convertito ad una frequenza più bassa: la conversione di frequenza è eseguita attraverso una operazione di moltiplicazione con una frequenza nota e stabile di valore f_0+f_i fornita dall'oscillatore locale, in cui f_0 è la frequenza del segnale della portante, il risultato della conversione dopo il mixer è:

$$s(t) = A[\cos(2\pi f_i t) + \cos[2\pi(2f_0 + f_i)t]]$$

che tramite in filtro a frequenza intermedia IF, ne viene eliminata la componente a frequenza più alta.

Il segnale convertito ad una frequenza più bassa viene elaborato e demodulato.

In fase di realizzazione di questo canale, in particolare nelle tecnologie integrate, ci si scontra con il problema della realizzazione del filtro a frequenza intermedia: tale filtro determina la selettività dell'apparecchio ricevente cioè la capacità che ha il ricevitore di selezionare un'unica frequenza. Esiste un ulteriore problema legato alla scelta del filtro IF, che è dettata dalla

frequenza immagine: esistono due frequenze distinte che all'ingresso del MIXER vengono convertite alla stessa frequenza intermedia generando interferenza e corrompendo l'informazione.

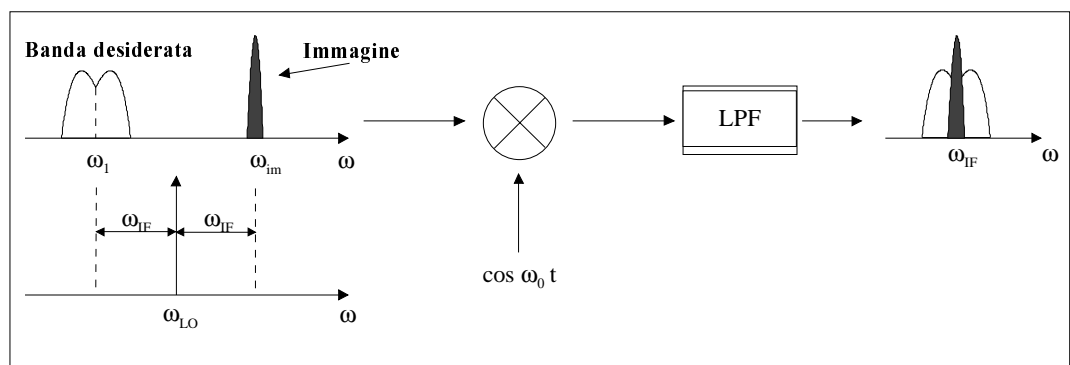
1.2 Architetture per ricevitori integrati: il problema dell'immagine.

Il compito di un progettista di circuiti integrati, in particolare per quei circuiti che trattano i segnali RF, è ulteriormente appesantito dalla non perfetta integrabilità di alcuni dispositivi. Se infatti, in un circuito realizzato con componenti discreti le induttanze i quarzi e i filtri SAW presentano fattori di merito elevati, e quindi, i problemi precedentemente descritti sono risolti in modo soddisfacente, nel mondo "integrato" questi componenti sono difficilmente realizzabili o peggio non sono realizzabili (filtri SAW e quarzi), questo porta ad appesantire il carico di lavoro in particolare il problema dell'immagine è molto più vivo.

La frequenza immagine è una frequenza che sta a $2IF$ rispetto alle frequenza della banda desiderata, come visibile in figura 1.2

FIGURA 1.2

Effetto della presenza della frequenza immagine



E' chiaro che più la frequenza IF è alta più la frequenza immagine disterà dal segnale voluto e quindi minori saranno le richieste da applicare al filtro di ingresso al LNA; questo comporta una maggiore criticità della sezione IF importante per la selettività del canale. Frequenza intermedia piccola comporta un rilassamento delle richieste del filtro IF ma una complicazione del filtro di reiezione di immagine.

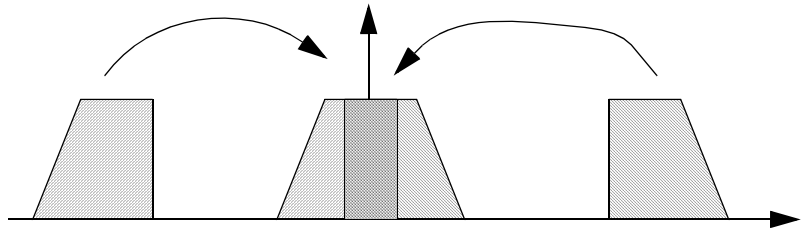
Il progettista di circuiti integrati deve seguire strade alternative per poter raggiungere il suo obiettivo, sono state sviluppate tecniche diverse per poter compensare le carenze dei dispositivi integrati.

1.2.1 Ricevitore diretto (direct conversion)

Questa architettura appartiene alla famiglia dei ricevitori omodyna, in cui, la frequenza intermedia è nulla, quindi la frequenza dell'oscillatore locale è la stessa del segnale da ricevere. Le richieste del filtro di reiezione vengono notevolmente rilassate in quanto la frequenza immagine si trova lontanissimo dal segnale voluto; per controparte si ha che la frequenza immagine è sostituita dalla frequenza negativa del segnale stesso; non idealità dello spettro trasmesso oppure errori nella generazione delle frequenze dell'oscillatore locale portano alla sovrapposizione dei due spettri: figura 1.3.

FIGURA 1.3

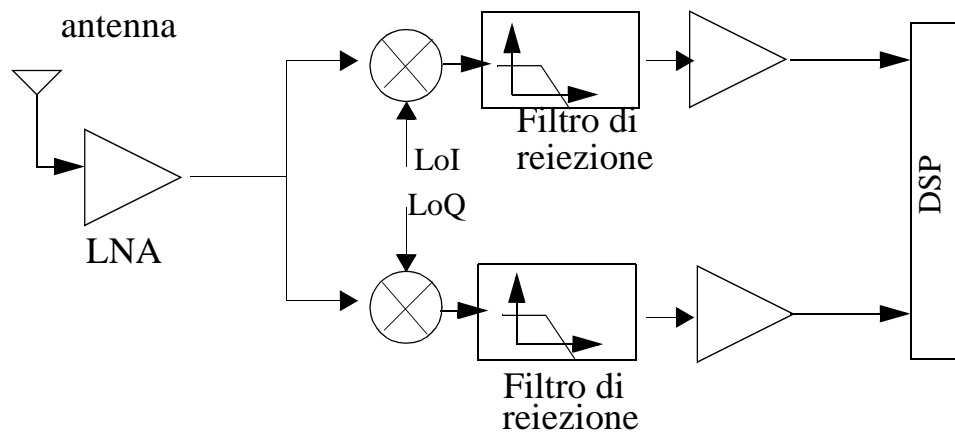
Effetto dell'errore di generazione della frequenza dell'LO



Questo problema è efficacemente risolto attraverso una struttura a reiezione di immagine : figura 1.4

FIGURA 1.4

Ricevitore a reiezione d' immagine



La struttura a reiezione di immagine sfrutta due cammini in quadratura tramite i quali è possibile eliminare la sovrapposizione del segnale negativo con quello positivo. Occorre prestare molta cura al perfetto matching tra i due cammini perché in proporzione variano le prestazioni di soppressione dell'immagine.

Dopo la conversione il segnale si trova in banda base, è quindi possibile usando un filtro passa basso non troppo elaborato filtrarlo ed ottenere una selettività adeguata. Questo è il grosso vantaggio di questa struttura che però presenta come contro-parte inevitabili inconvenienti:

-Il rumore $1/f$ dei dispositivi MOS pesa molto alle frequenze in cui vi è il segnale

- il contenuto informativo a bassa frequenza può venire corrotto da offset dei dispositivi a seguito di mismatch

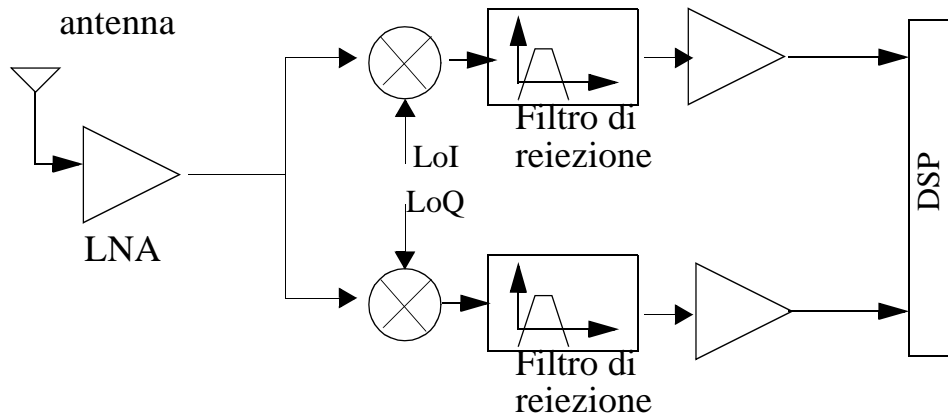
-perdite dell'oscillatore locale che rientrano nell'LNA dovuto ad un scarso isolamento tra amplificatori e mixer: queste perdite essendo alla stessa frequenza dell'oscillatore danno un contributo in bassa frequenza una volta convertite dal mixer

1.2.2 Ricevitore low-IF

I vantaggi di avere una zero-IF vengono ulteriormente accresciuti con una struttura a bassa frequenza intermedia: la frequenza intermedia deve essere sufficientemente bassa da poter essere gestita da reti di filtraggio gm/C o a capacità commutata, ma nello stesso tempo deve trovarsi sufficientemente distante dalla frequenza in cui gli inconvenienti dati dal rumore $1/f$ e dall'offset possono degradare le prestazioni, come mostrato in figura 1.5. Il grosso limite di questa struttura nasce dal fatto che IF è molto piccola pertanto il problema della reiezione dell'immagine sarà di nuovo presente, occorrerà un mixer dalle prestazioni molto spinte per eliminare questi inconvenienti.

FIGURA 1.5

Ricevitore LOW-IF

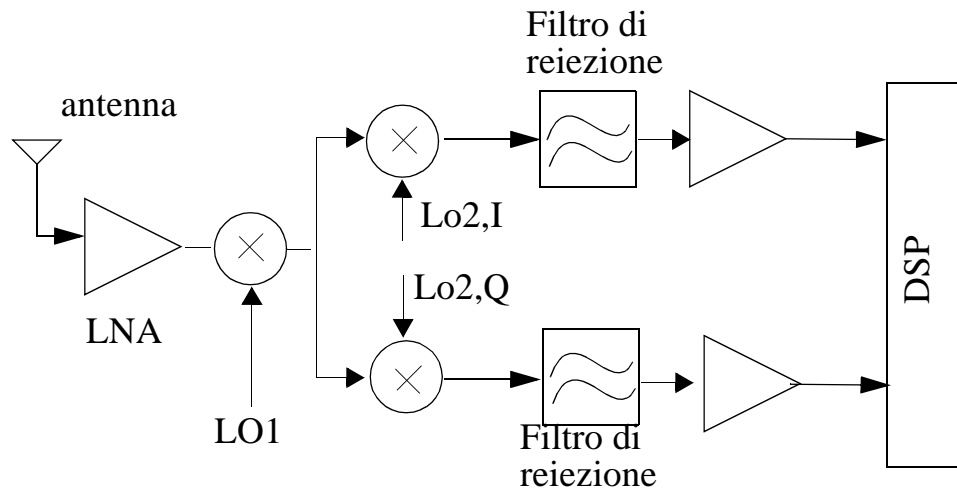


1.2.3 Il ricevitore quasi IF

Questo ricevitore presenta due stadi di conversione di frequenza del segnale RF ricevuto. La prima conversione trasla lo spettro ad una frequenza IF1 sulla quale è possibile realizzare un filtraggio di reiezione dell'immagine, ora ad una frequenza più bassa. Il canale viene traslato in banda base tramite un secondo oscillatore locale variabile: figura 1.6. Come nello zero-IF questa topologia presenta gli inconvenienti dati dal rumore $1/f$, vengono però risolti i problemi di self-conversion: problemi di perdita del primo mixer non vanno convertiti in continua ma vengono modulati in alta frequenza dal secondo mixer. Le perdite del secondo mixer possono essere trascurate in quanto gli accoppiamenti capacitivi sono molto deboli. Il fatto di disporre di due oscillatori consente di progettare ciascun oscillatore in modo ottimale per la funzione che deve svolgere: il primo oscillatore verrà fatto in modo da minimizzare il rumore di fase, nel secondo verrà minimizzato l'errore di fase che potrà sussistere tra l'uscita in fase e quella in quadratura.

FIGURA 1.6

Ricevitore Quasi-IF



1.2.4 Caratteristiche degli elementi che costituiscono i ricevitori

Segue ora una breve descrizione dei blocchi che costituiscono un ricevitore RF , successivamente alcuni di questi blocchi verranno ripresi più approfonditamente.

LNA

Nell'ottica di un ricevitore totalmente integrato, l'amplificatore a basso rumore (low Noise Amplifier) è il primo blocco circuitale incontrato dal segnale RF proveniente dall'antenna: esso è ad elevata frequenza (dell'ordine dei 2 GHz) e con

potenze molto limitate, tipicamente comprese tra i -22/-80 dBm. All'ingresso dell'amplificatore sono presenti tutti i canali della banda di ricezione e il livello del segnale nei canali presenti in banda può variare di 60dB: può quindi succedere che il canale desiderato abbia una potenza di segnale 60dB più bassa di un canale adiacente in banda.

Queste problematiche fissano le specifiche ed i requisiti che occorre soddisfare nel progetto dell'amplificatore.

=> Adattamento di impedenza

=> Prestazioni di rumore

=>Linearità

=>Guadagno

=>Reiezione d'immagine

=>Range dinamico d'ingresso

=>Sensibilità

IL MIXER

Per applicazioni a radiofrequenza, l'operazione di traslazione in frequenza viene realizzata moltiplicando direttamente il segnale desiderato con quello prodotto da un oscillatore locale. All'uscita del mixer ideale, troviamo oltre alla frequenza del segnale RF e dell'oscillatore locale, anche la frequenza somma e differenza dei segnali all'ingresso. In un ricevitore si seleziona la frequenza differenza per portare in banda base il canale desiderato, mentre nei trasmettitori, dovendo portare il segnale in alta frequenza, è selezionata la frequenza somma.

Le caratteristiche che vanno maggiormente considerate in un mixer sono:

=> Linearità

=> Prestazioni di rumore

IL VCO

Gli oscillatori possono essere classificati in due categorie fondamentali: oscillatori armonici e oscillatori digitali. Un oscillatore digitale ha generalmente un alto rumore di fase e un elevato contenuto di armoniche, dato che il circuito passa da due stadi di equilibrio stabile. Un oscillatore armonico, invece, produce un segnale quasi sinusoidale con un basso rumore di fase e una elevata purezza spettrale. In genere, per definire la frequenza di oscillatore, lo si realizza con circuiti L-C risonanti, con cristalli o con risuonatori SAW.

Per un oscillatore di questo tipo occorre evidenziare questi parametri:

=> Accordabilità in frequenza (tuning range)

=> Rumore di fase

=> Linearità

=> Dissipazione di potenza

IL SINTETIZZATORE DI FREQUENZA

Questo sistema rappresenta nei moderni dispositivi a radiofrequenza un elemento fondamentale per la sua versatilità ed affidabilità. Come esempio può essere citata la generazione di

segnali a frequenza programmabile multipli di una frequenza di riferimento molto stabile (ottenuta ad esempio attraverso un quarzo). Questo esempio viene sfruttato in un grosso numero di applicazioni: modulazione e demodulazione di frequenza, rigenerazione della portante di un segnale a portante soppressa; nel settore digitale lo si usa per la compensazione dello skew, clock recovery, generazione di clock molto precisi. In particolare nel settore RF il PLL è usato per generare segnali in cui è richiesto che la frequenza sia molto precisa, quindi a basso contenuto di rumore sulle bande laterali.

Il PLL è un circuito retroazionato che permette ad un segnale di riferimento esterno di controllare la fase e la frequenza di un oscillatore inserito nel loop. La frequenza dell'oscillatore può essere la stessa o un multiplo della frequenza di riferimento. Se il segnale di riferimento ha una frequenza variabile (come, ad esempio, nelle modulazioni FMe FSK) la frequenza dell'oscillatore viene "agganciata" a quella di ingresso. In generale le richieste del PLL sono:

=> alta purezza spettrale per non portare l'energia dei canali adiacenti nella banda di interesse

=> selezione digitale del canale

=> agilità nel selezionare il canale desiderato

=> ampio range di frequenza selezionabile

=> consumo il più possibile ridotto

=>buona stabilità a lungo termine

1.3 Blocchi costituenti un ricevitore RF

Segue ora una descrizione più dettagliata di alcuni dei blocchi che compongono un ricevitore radio:

1.3.1 MIXER a reiezione di immagine

Abbiamo visto come nei sistemi eterodina il problema dell'immagine e della sua reiezione tramite filtri appositamente realizzati sia risolubile solo mediante un trade-off con altre caratteristiche del ricevitore, in particolare la selettività dello stesso; si è pensato dunque di realizzare la reiezione non solo mediante un filtro ma anche elaborando il segnale e l'immagine diversamente, permettendo la cancellazione dell'immagine dalla sua replica *negata* questa struttura prende il nome di mixer a reiezione di immagine.

Questo circuito è sostanzialmente un mixer, in cui però, oltre alla funzione di down-conversion, viene realizzata anche una certa reiezione dell'immagine. Il circuito sfrutta due cammini in parallelo, denominati *ramo in fase* e *ramo in quadratura*; questi nomi derivano dal fatto che l'oscillatore locale che pilota il secondo ramo è in quadratura rispetto all'altro cioè viene ricavato da quest'ultimo mediante un'operazione di shifting di 90 gradi. Nella figura 1.7 è mostrata l'architettura di cui stiamo parlando. All'uscita dei filtri passa-basso, che servono ad eliminare le componenti ad alta frequenza derivanti dall'operazione di mixing, otteniamo i seguenti segnali (ai punti A e B rispettivamente):

$$x_A(t) = \frac{A_{RF}}{2} \sin(\omega_{LO} - \omega_{RF})t + \frac{A_{im}}{2} \sin(\omega_{LO} - \omega_{im})t \text{ (EQ 1.1)}$$

$$x_B(t) = \frac{A_{RF}}{2} \cos(\omega_{LO} - \omega_{RF})t + \frac{A_{im}}{2} \cos(\omega_{LO} - \omega_{im})t \text{ (EQ 1.2)}$$

Dopo l'operazione di shifting di 90 gradi, che è poi la trasformata di Hilbert del segnale, nel punto C abbiamo:

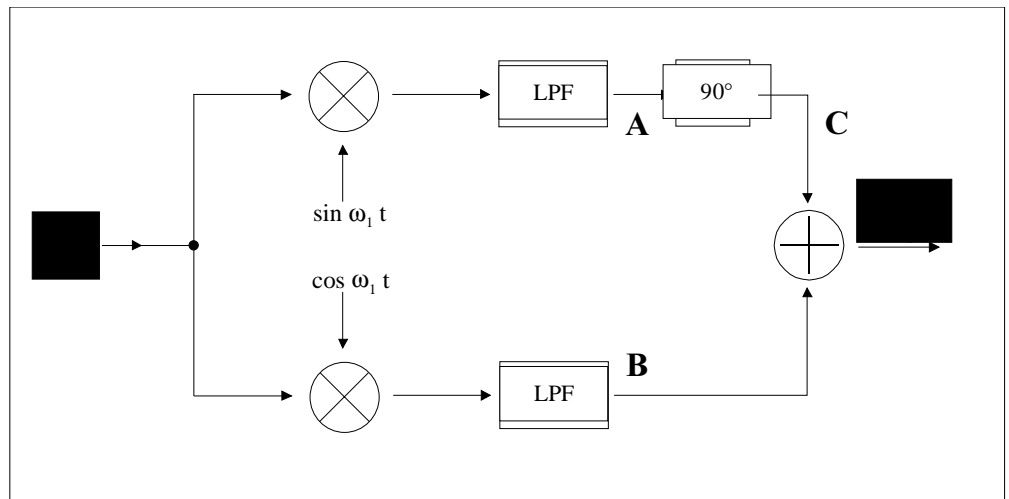
$$x_C(t) = \frac{A_{RF}}{2} \cos(\omega_{RF} - \omega_{LO})t - \frac{A_{im}}{2} \cos(\omega_{LO} - \omega_{im})t \text{ (EQ 1.3)}$$

All'uscita del circuito, dopo l'operazione di somma dei segnali nei punti B e C (equazioni EQ 1.1 e Dopo l'operazione di shifting di 90 gradi, che è poi la trasformata di Hilbert del segnale, nel punto C abbiamo:EQ 1.2), otteniamo:

$$x_{IF}(t) = A_{RF} \cos(\omega_{LO} - \omega_{RF})t \text{ (EQ 1.4)}$$

FIGURA 1.7

Ricevitore di Hartley a reiezione di immagine



Quindi il segnale RF viene convertito alla frequenza intermedia senza essere corrotto dall'immagine.

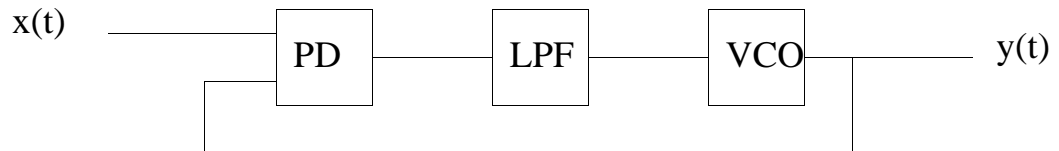
Il principale difetto di questa architettura è la sua sensibilità ai mismatch, in particolare a quello tra le fasi dei due oscillatori locali: se essi non sono in perfetta quadratura o se i guadagni e gli sfasamenti nei due rami non sono perfettamente identici, la cancellazione dell'immagine non è completa.

1.3.2 Il PLL

In figura 1.8 è rappresentata una semplice struttura di PLL, consiste in un rilevatore di fase (PD: Phase Detector), un filtro passa basso (LPF: Low Pass Filter) e un oscillatore controllato in tensione (VCO: Voltage Controlled Oscillator)

FIGURA 1.8

Schema semplificato di un sistema a PLL



L'oscillatore funzionerà ad una frequenza uguale alla frequenza di ingresso e con fase pari a $\Delta\Phi$. Il PLL è considerato in condizioni di aggancio di fase se $\Delta\Phi$ (differenza tra la fase $x(t)$ e quella $y(t)$) è costante nel tempo e, di conseguenza, le frequenze di ingresso e di uscita sono uguali. In condizioni di aggancio il PLL funziona come segue: il PD produce una uscita il cui valore in continua è proporzionale a $\Delta\Phi$. Il filtro LPF elimina le componenti in alta frequenza generate da PD permettendo alla componente in continua di controllare il VCO.

1.3.3 Funzionamento del PLL

La risposta in transitori di un PLL è un processo non lineare complesso da descrivere, tuttavia è possibile fare uno studio basato su una approssimazione lineare per capire i principi del suo funzionamento. In figura 1.9 si riporta un modello lineare di PLL; la funzione di trasferimento in anello aperto è pari a

$$H_0(s) = K_{pd} \cdot G_{lpf}(s) \cdot \frac{K_{vco}}{s}$$

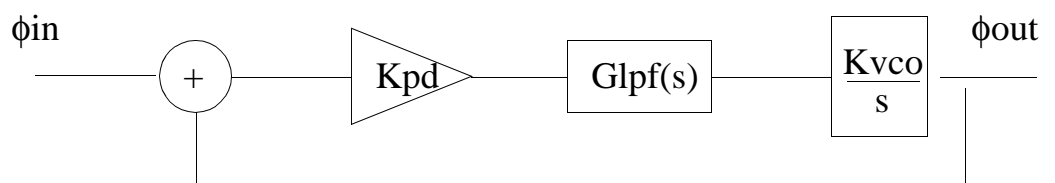
mentre in anello chiuso si ha:

$$H(s) = \frac{\phi_{outs}(s)}{\phi_{in}(s)} = \frac{K_{pd} \cdot K_{vco} \cdot G_{lpf}(s)}{s + K_{pd} \cdot K_{vco} \cdot G_{lpf}(s)} \quad (\text{EQ 1.5})$$

dove con K_{pd} e K_{vco} si sono indicati i guadagni del Phase Detector e del VCO rispettivamente, $G_{lpf}(s)$ rappresenta la funzione di trasferimento del filtro di loop e il termine s^{-1} del VCO compare perché la tensione in uscita al filtro di loop controlla la frequenza del VCO e la fase ne è l'integrale.

FIGURA 1.9

Modello lineare di un PLL



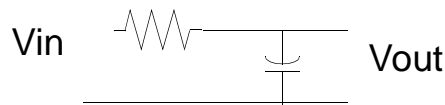
Nella sua forma più semplice il filtro è implementato come in figura 1.10

Si evidenzia una f.d.t. pari a :

$$G_{lpf}(s) = \frac{1}{1 + \frac{s}{\omega_{lpf}}}$$

FIGURA 1.10

Filtro passa basso del primo ordine



dove $\omega_{lpf} = \frac{1}{RC}$

sostituendo nella EQ 1.5 si trova:

$$H(s) = \frac{K_{pd} \cdot K_{vco}}{\frac{s^2}{\omega_{lpf}} + s + K_{pd} \cdot K_{vco}} \quad (\text{EQ 1.6})$$

che rappresenta la funzione di trasferimento di un sistema del II ordine. La quantità $K_{pf} \cdot K_{vco} = k$ è detta guadagno d'anello ed è espressa in rad/sec.

La EQ 1.6 può essere riscritta come:

$$H(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (\text{EQ 1.7})$$

dove $\omega_n = \sqrt{\omega_{lpf} \cdot K}$ e $\zeta = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\omega_{lpf}}{K}}$ dove ω_n è la pulsazione naturale del sistema e ζ è il fattore di smorzamento. Si può notare come ω_n sia la media geometrica della banda a -

3dB del filtro e del guadagno d'anello, mentre ζ sia inversamente proporzionale al guadagno d'anello, caratteristica quest'ultima che pone un trade-off tra le due grandezze.

Si consideri ora $\phi_e = \phi_{in} - \phi_{out} = \phi_{in}(1 - H(s))$ con

$$H_e(s) = \frac{\phi_e}{\phi_{in}} = 1 - H(s) = \frac{s^2 + 2\zeta\omega_n \cdot s}{s^2 + 2\zeta\omega_n \cdot s + \omega_n^2}$$

Supponiamo che in ingresso ci sia una variazione di frequenza approssimabile ad uno scalino di ampiezza $\Delta\omega$

si ha quindi:

$$\begin{aligned}\phi_{out} &= H(s) \cdot \phi_{in} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n \cdot s + \omega_n^2} \frac{\Delta\omega}{s^2} \\ \phi_e &= H_e(s) \cdot \phi_{in} = \frac{\omega_n^2 + 2\zeta\omega_n \cdot s}{s^2 + 2\zeta\omega_n \cdot s + \omega_n^2} \frac{\Delta\omega}{s^2}\end{aligned}$$

A transitorio esaurito si ha:

$$\phi_e(t \rightarrow \infty) = \lim_{s \rightarrow \infty} (s \cdot \phi_e(s)) = \Delta\omega 2 \frac{\zeta}{\omega_n} = \frac{\Delta\omega}{K}$$

si può notare come un errore di fase statico ϕ_{in} è ridotto del fattore K (pari al guadagno d'anello). Così ad un aumento di K per ridurre ϕ_e seguirà una diminuzione di ζ che farà degradare il settling del PLL.

Per approfondimenti maggiori si rimanda a [1]

1.3.4 Rumore nel PLL

Un PLL lavora sulla fase del segnale, quindi è un sistema soggetto a rumore di fase. Se il segnale di ingresso o i blocchi che compongono il PLL sono rumorosi, allora il segnale di uscita

sarà corrotto. Ci imponiamo ora di capire come il rumore iniettato in un punto del PLL altera il segnale in uscita in particolare verranno trattati due casi particolari: 1) Il segnale di ingresso è rumoroso. 2) il VCO introduce rumore.

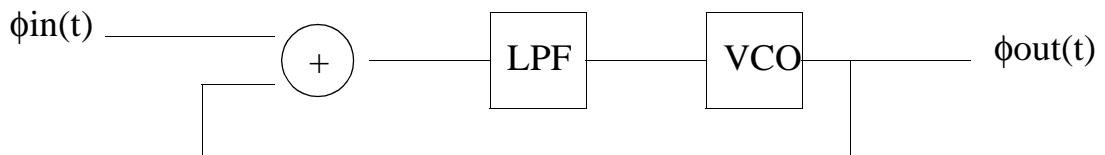
1.3.4.1 Rumore di fase in ingresso

Consideriamo il PLL in figura 1.11 in cui i segnali di ingresso e di uscita sono:

$$x(t) = A \sin(\omega c t + \phi_{in}(t))$$

$$y(t) = B \sin(\omega c t + \phi_{out}(t))$$

FIGURA 1.11

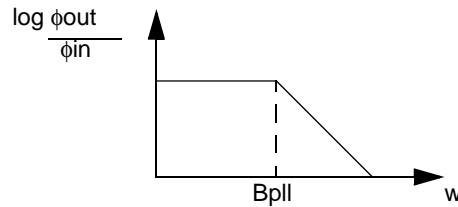


la funzione di trasferimento ϕ_{out}/ϕ_{in} vale:

$$H(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

ipotizzando che i poli siano reali lo spettro della equazione precedente si presenta come un filtro passa basso:

FIGURA 1.12

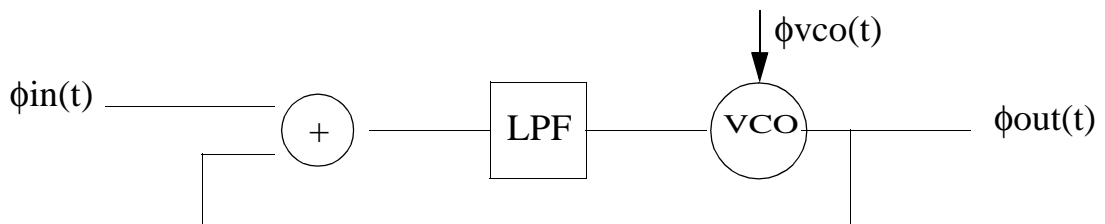


Se ϕ_{in} rimane fissa nel tempo, ossia se l'ingresso è una sinusoide pura, allora $s=0$ e $H(s)=1$, ma anche se ϕ_{in} varia molto lentamente possiamo dire che $H(S)$ è circa 1 così che la fase in uscita segue la fase in ingresso. Se però la fase in ingresso varia rapidamente, $H(s)$ decresce, così come ϕ_{out} , raggiungendo eventualmente lo zero; in tal modo lo spettro di rumore risulta sagomato da una funzione passa basso.

1.3.4.2 Rumore di fase del VCO

Il rumore di fase dell'oscillatore locale può essere modellizzato come una componente additiva, ϕ_{VCO} , come mostrato in figura 1.13

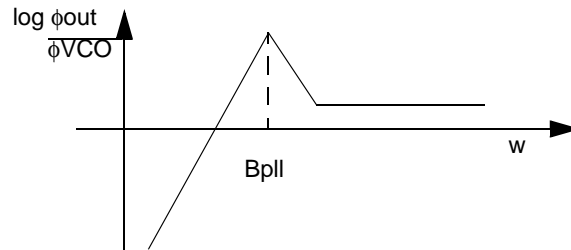
FIGURA 1.13



Ponendo $\phi_{in}=0$ la funzione di trasferimento dell'eccesso di fase del VCO verso l'uscita vale:

$$\frac{\phi_{out}}{\Phi_{VCO}} = \frac{s(s + \omega_{lpf})}{s^2 + 2\zeta s + \omega_n^2}$$

FIGURA 1.14



Lo zero nell'origine implica che, per variazioni lente di ϕ_{VCO} , ϕ_{out} è piccola e questo perché, quando il PLL è agganciato le variazioni di fase del VCO sono convertite in tensione dal rilevatore di fase e portate all'ingresso del VCO stesso così da cambiare la fase nella direzione opposta. Dato che il VCO stesso ha un guadagno molto alto per piccole variazioni della tensione di controllo la reazione negativa sopprime le variazioni della fase di uscita. Quando le variazioni di ϕ_{VCO} diventano paragonabili alla frequenza di taglio del filtro, il guadagno d'anello diminuisce a causa dell'attenuazione data dal filtro di loop, il PLL è sostanzialmente ad anello aperto: infatti dalla funzione di trasferimento si nota che per s che tende ad infinito la fase in uscita è uguale alla fase del VCO.

Dalla precedente analisi si può notare che avere una banda molto ampia minimizza in rumore dato dal VCO, requisito che però è in contrasto con l'analisi precedente

1.3.5 Soluzioni attualmente adottate per realizzare la quadratura di due segnali a radiofrequenza

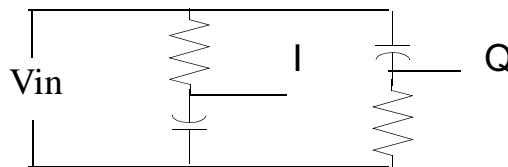
Come visto precedentemente negli esempi di radioricevitore oltre alla richiesta di un oscillatore di riferimento stabile occorre che l'uscita dell'oscillatore presenti uscite in

quadratura. Questa richiesta viene appesantita dalla necessità di avere oltre ad una differenza di fase precisa una differenza tra le ampiezza dei due segnali limitata: se ad esempio nel caso di mixer a reiezione di immagine le differenze delle ampiezze dei segnali del VCO sono diverse, pur avendo la relazione di fase rispettata, in uscita ai due mixer il segnale non avrà la stessa ampiezza pertanto non si potrà avere una reiezione dell'immagine completa.

Ottenere sfasamenti di 90° su una banda sufficientemente larga di frequenza non è poi tanto difficile quanto mantenere sulla stessa banda le ampiezze relative costanti. Un metodo molto semplice e diffuso per ottenere i 90° su una banda stretta è illustrato in figura 1.15. Tale rete è un generatore passivo di segnali in quadratura pertanto avrà come primo inconveniente quello di attenuare il segnale presente in ingresso. Si può notare facilmente che lo sfasamento relativo è mantenuto su una banda larga ma non le ampiezze relative: infatti lo sfasamento sul ramo I a frequenza 0 è nullo e tende asintoticamente a -90° all'aumentare della frequenza. Sul ramo Q lo sfasamento iniziale è $+90^\circ$ alla DC e a frequenza infinita tende a zero. Lo sfasamento relativo tra i due rami resta comunque costante a 90° ; sfortunatamente la tensione nei due punti cambia drasticamente con la frequenza. La frequenza per cui l'ampiezze sono uguali vale $1/RC$ pertanto non può essere usato su una banda larga.

FIGURA 1.15

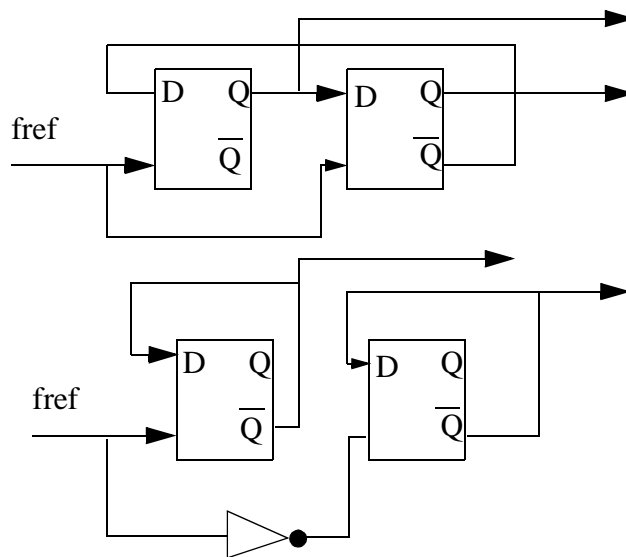
Generatore di quadratura passivo RC-CR



Nel caso in cui ci sia la necessità di avere segnali in quadratura su una banda sufficientemente larga si può ricorrere ad una soluzione tipicamente digitale in cui le ampiezze sono forzatamente uguali. Sono di seguito illustrati due esempi che si basano su questa filosofia sfruttando due flip-flop sincronizzati attraverso un clock esterno come si vede in figura 1.16

FIGURA 1.16

Generatore di quadratura digitale



Il primo circuito mostrato ha come vantaggio l'insensibilità al duty-cycle del clock in quanto tutte le transizioni avvengono sui fronti del segnale, purtroppo la frequenza di uscita è un quarto di quella del clock rendendo necessario l'uso di clock elevati.

L'uscita del secondo circuito presenta una frequenza metà del clock ma possiede una dipendenza dal duty-cycle in quanto le transizioni avvengono sia sui fronti positivi che negativi e comunque occorre una circuiteria più sofisticata per svincolarsi dal tempo di propagazione delle porte logiche.

Un'altra soluzione molto adottata per ottenere segnali alla stessa frequenza e sfasati nel tempo sfrutta la relazione di fase presente tra ogni stadio di un ring oscillator. Questo tipo di oscillatore verrà ampiamente trattato più avanti in quanto si dimostrerà che esso rappresenta un caso particolare di oscillatore multifase studiato in questo lavoro.

In questo capitolo verranno analizzate nel dettaglio le problematiche e le soluzioni comunemente presenti durante la fase di progetto di un VCO per radio frequenza. Il capitolo è introdotto da una descrizione dei requisiti e delle caratteristiche fondamentali di un VCO passando poi ad una descrizione e ad un confronto tra due topologie diverse di oscillatori.

In particolare ci soffermeremo sulle differenze tra l'oscillatore risonante LC e il Ring-oscillator. Questo lavoro propone un nuovo tipo di oscillatore, realizzato mediante oscillatori di tipo LC posti in anello mediante un collegamento che ricorda quello adottato nei Ring-oscillator.

2.1 Caratteristiche di un VCO

L'oscillatore controllato in tensione è indubbiamente il componente più importante di un PLL in quanto ne influenza significativamente le prestazioni di rumore di fase; il VCO può essere visto come un convertitore DC-RF cioè produce un segnale di uscita a radio-frequenza (RF) in risposta ad un segnale d'ingresso in continua (DC).

Per un VCO che deve essere usato in un sistema PLL i parametri che più lo distinguono sono:

1)**Tuning range**: cioè la differenza tra il minimo e il massimo valore di frequenza raggiungibile dal VCO. In questo range la variazione di ampiezza e jitter deve essere minima. Il tuning range deve essere sufficiente per garantire la compensazione della variazione dei parametri dovuti a spread tecnologici e di variazioni di temperatura che a loro volta producono variazioni di frequenza.

2)**Jitter e phase-noise**: la necessità di avere segnali spettrali puri impone di avere un rumore di fase più basso possibile, infatti, a frequenza di offset dalla portante maggiori della banda del PLL il rumore del VCO passa inalterato traducendosi in rumore di fase sull'onda sintetizzata.

3)**Caratteristica di ingresso/uscita di un VCO**: la frequenza deve essere controllata elettronicamente per eseguire salti o correzioni di frequenza. Il controllo avviene attraverso una tensione fornita all'oscillatore, è richiesto che a variazioni di tensione in ingresso seguano spostamenti proporzionali di frequenza, in realtà non si ha una relazione lineare, questo comporta una distorsione nel segnale ricevuto se l'oscillatore è

usato in ricezione o una modulazione di frequenza se si sta trasmettendo; inoltre una non linearità comporta una minor stabilità in un anello PLL.

4)**Dissipazione di potenza:** deve essere la minore possibile per permettere una maggiore durata delle batterie negli elementi portatili.

2.2 Phase-noise

L'uscita di un oscillatore ideale sinusoidale può essere espressa come:

$$V_{out}(t) = A \cos[\omega_0 t + \Phi]$$

dove A è l'ampiezza ω_0 è la frequenza e Φ è la fase iniziale; quindi lo spettro di un oscillatore ideale senza fluttuazioni casuali è caratterizzato da due impulsi situati a $+\omega_0$, $-\omega_0$. Negli oscillatori reali, l'espressione dell'uscita è più generalmente data da:

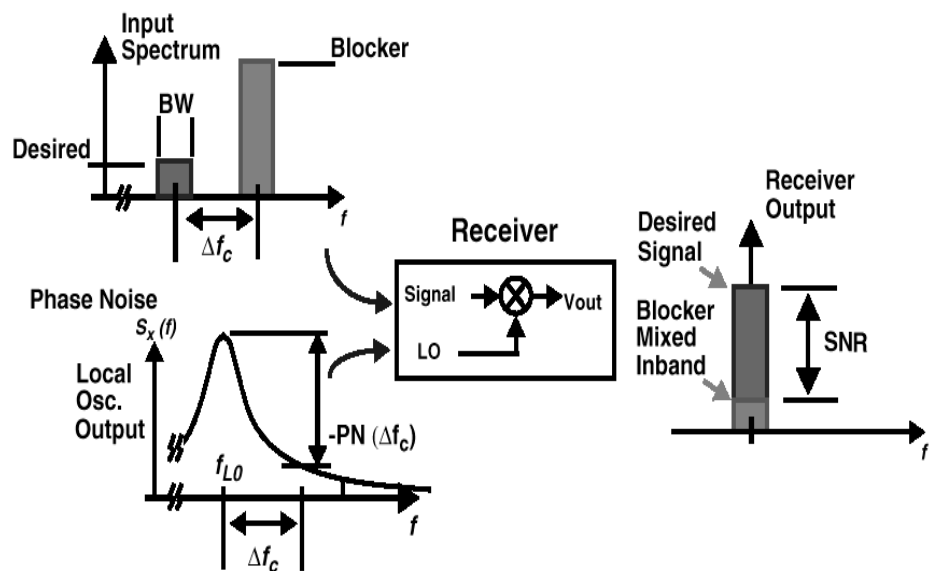
$$V_{out}(t) = A(t) f[\omega_0 t + \Phi(t)]$$

dove l'ampiezza e la fase sono funzioni del tempo e f è una funzione periodica di periodo 2π ; come conseguenze delle fluttuazioni date dalla fase e dall'ampiezza lo spettro dell'oscillatore reale presenta delle bande laterali in un intorno della portante. Queste fluttuazioni rappresentano un problema che va tenuto in conto in fase di realizzazione di un VCO per sistemi radio: infatti, il fatto di avere una certa quantità di potenza ad un offset dalla portante fa sì che parte dell'energia del canale adiacente (che può avere livelli maggiori rispetto a quello voluto) venga traslata, dopo l'operazione di mixing, sul

segnale desiderato determinando un peggioramento del rapporto segnale-disturbo. Ciò che avviene è che il segnale ricevuto viene convertito alla frequenza intermedia con un'operazione di mixing, che idealmente dovrebbe convertire il solo segnale desiderato ad una frequenza inferiore, ma che, in realtà, effettuando un'operazione di convoluzione tra gli spettri del segnale e dell'oscillatore locale concentra la potenza esistente in un intorno del segnale voluto su di un'unica frequenza. Quindi come si può vedere dalla figura 2.1 [2], il Phase Noise dell'oscillatore causa la conversione a frequenza intermedia non solo della potenza del canale desiderato, ma anche di quelli adiacenti, degradando fortemente il rapporto segnale rumore finale.

FIGURA 2.1

Rumore di fase in un VCO e sue conseguenze



Il rumore di fase è definito come la densità spettrale di potenza monolaterale di rumore riferita alla portante ed espresso in decibel per hertz (dbc/Hz).

$$\zeta_{total}\{\Delta\omega c\} = 10\log\left[\frac{P_{sideband}(\omega_0 + \Delta\omega c, 1\text{Hz})}{P_{carrier}}\right] \quad (\text{EQ 2.1})$$

Il numeratore del logaritmo rappresenta la potenza laterale ad un offset di $\Delta\omega_c$ dalla portante su una banda di 1Hz, al denominatore vi è la potenza della portante.

Il pregio di questa formulazione è la sua facilità di misura; il suo svantaggio è l'impossibilità di distinguere il rumore di fase dal rumore di ampiezza. Infatti tali rumori si comportano in maniera diversa nel circuito: il rumore di ampiezza può essere ridotto attraverso un limitatore di ampiezza, il rumore di fase è più complicato da trattare. Assumeremo che tutto il rumore sia composto da rumore di fase.

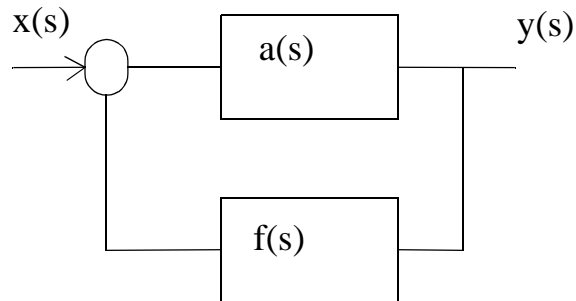
2.3 Modelli di oscillatori tipicamente impiegati come VCO

L'analisi degli oscillatori può essere basata su due modelli fondamentali: a retroazione o a resistenza negativa [3]. Entrambi i modelli hanno in comune il principio base di funzionamento di un oscillatore: all'accensione occorre avere una coppia di poli nel semipiano destro in modo da consentire la crescita dell'oscillazione; le non linearità permettono, una volta che l'oscillazione ha raggiunto un livello sufficiente, di portare la coppia di poli sull'asse immaginario frenando il processo di crescita e rendendo così l'oscillazione stabile.

Il modello di un oscillatore a retroazione è mostrato in figura 2.2 in cui sono evidenti una rete di andata e una rete di ritorno.

FIGURA 2.2

Modello di un oscillatore a retroazione



Il comportamento del circuito in fase di accensione può essere assunto lineare, pertanto è studiato sfruttando la teoria dei sistemi retroazionati ed in particolare valutando il suo guadagno d'anello definito come prodotto tra funzione di trasferimento di andata e di ritorno:

$$T(s) = a(s) f(s)$$

Sfruttando infatti il criterio del luogo delle radici, applicato al guadagno d'anello, è possibile sapere dove si trovano i poli del sistema retroazionato in funzione del guadagno statico.

Per gli oscillatori che appartengono a tale famiglia è possibile ottenere abbastanza semplicemente la funzione di trasferimento lineare che li caratterizza:

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{a(s)}{1 - a(s)f(s)}$$

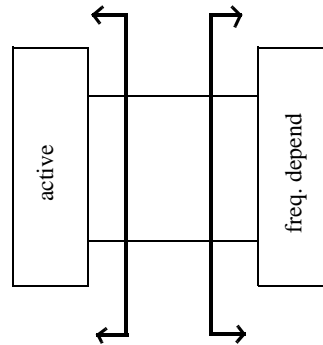
Il meccanismo di autosostenimento avviene se si verifica: $|a(s)f(s)|=1, \arg[a(s)f(s)]=360^\circ$ cioè si devono verificare le condizioni di Barkhausen.

L'oscillatore a resistenza negativa è un circuito tipico delle microonde. Il modello di oscillatore a resistenza negativa è

mostrato in figura 2.3; è stato decomposto in una porta attiva e una porta selettiva in frequenza.

FIGURA 2.3

Modello di un oscillatore a resistenza negativa



La funzione della porta attiva è di produrre una resistenza negativa di piccolo segnale che si interfaccia con la porta dipendente dalla frequenza, quest'ultima costituita da dispositivi lineari e indipendenti dall'ampiezza del segnale.

Le porte possono essere caratterizzate dalla loro impedenze di ingresso: $Z_a(s)$ e $Z_f(s)$ le quali costituiscono l'equazione caratteristica dell'oscillatore: $Z_a(s) + Z_f(s) = 0$.

L'equazione caratteristica impone che a regime la parte reale negativa della porta attiva sia compensata dalla parte reale positiva della porta passiva, inoltre la componente immaginaria deve annullarsi perchè il circuito lavori in risonanza.

Supponendo che il dispositivo attivo e il dispositivo dipendente dalla frequenza siano modellizzati attraverso due impedenze: $Z_a = R_a + jX_a$ e $Z_f = R_f + jX_f$, la condizioni di start-up qui di seguito riportata dà anche una indicazione sul grado di instabilità del sistema:

$$R_a(\omega) + R_f(\omega) < 0$$

$$X_a(\omega) + X_f(\omega) = 0$$

dove ω rappresenta la frequenza in cui la reattanza complessiva è nulla. Si deve avere che in fase di accensione il dispositivo sia savorcompensato, questo per garantire l'innescio in ogni condizione di lavoro e per sopperire ad eventuali mismatch dei componenti. Si noti che, in generale, la frequenza che soddisfa l'equazione caratteristica degli oscillatori a resistenza negativa, non è uguale alla frequenza che soddisfa gli oscillatori a retroazione [3].

Verranno qui di seguito analizzati in dettaglio due esempi di VCO largamente utilizzati in radiofrequenza che possono essere ricondotte alle topologie appena citate.

2.3.1 Oscillatore LC differenziale

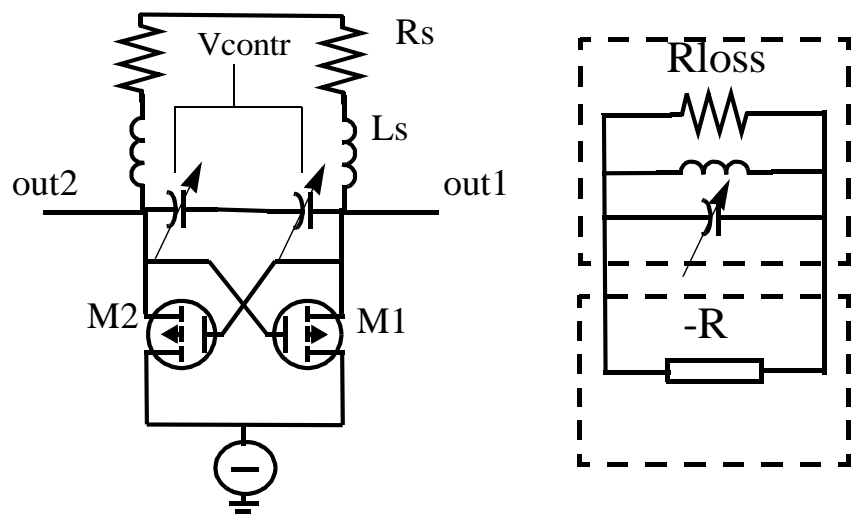
Gli oscillatori sinusoidali LC presentano una ottima caratteristica di rumore in quanto dotati di componenti selettivi in frequenza, hanno però come svantaggi una larghezza di tuning limitata, richiesta per compensare mismatch di processo e variazioni di temperatura, inoltre le induttanze se integrate non presentano un fattore di merito elevato.

Questo tipo di oscillatore è ottenuto interfacciando un tank (porta passiva dipendente della frequenza) ad uno stadio attivo composto da una coppia differenziale incrociata come si vede

in figura 2.4. La coppia differenziale è incrociata in reazione positiva fornendo ai suoi capi una impedenza differenziale pari a $G_m = -g_m/2$, dove g_m è la conduttanza del singolo transistor, questa impedenza se sufficientemente bassa in modulo compensa le perdite del tank dando origine all'oscillazione, infatti compensare le perdite significa spostare i poli del sistema nel semipiano destro (al limite sull'asse immaginario).

FIGURA 2.4

Oscillatore LC differenziale e suo modello equivalente lineare



Infatti l'ammettenza totale che è presente ai capi del suo modello lineare vale:

$$Y = -\frac{1}{R} + sC + \frac{1}{sL} + \frac{1}{R_{loss}}$$

tale ammettenza è nulla quando R è uguale a R_{loss} e $s = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, questa è la condizione di risonanza.

2.3.1.1 Phase-noise VCO-LCR

E' qui di seguito riportato un esempio di calcolo di phase-noise per questo tipo di oscillatore tenendo presente le seguenti ipotesi:

1) I dispositivi attivi sono:

-lineari (in quanto il rumore è considerato come un piccolo segnale che mantiene fisso il punto di lavoro)

-tempo invarianti (in realtà le sorgenti di rumore dei dispositivi attivi sono ciclostazionarie perché il rumore di canale di un MOS in un oscillatore è controllato dalla tensione di overdrive che varia periodicamente con un ampio segnale)

2) si suppone solo rumore termico di canale.

3) il punto di lavoro è stazionario: il sistema presenta i poli sull'asse immaginario, quindi l'elemento attivo compensa perfettamente le perdite.

4) si consideri un generatore di corrente di rumore di densità spettrale di rumore pari a $4KTG$, dove G è una ipotetica conduttanza che inietta una corrente differenziale ai capi del tank LC. La corrente di rumore diventa tensione di rumore attraverso l'impedenza del tank che come specificato precedentemente è quella di un LC senza perdite in quanto le perdite sono state compensate (Lee [4]).

Per un piccolo spostamento $\Delta\omega$ di frequenza dalla portante ω , l'impedenza può essere approssimata da (Lee [4]) :

$$z(\omega_o + \Delta\omega) \cong j \frac{\omega_o L}{2 \left(\frac{\Delta\omega}{\omega_o} \right)} \quad (\text{EQ 2.2})$$

considerando che il Q è dato da: $Q=R/\omega_o L=1/\omega_o GL$

sostituendo nella EQ 2.2 si ottiene:

$$|z(\omega_o + \Delta\omega)| \cong \frac{1}{G} \frac{\omega_o}{2Q\Delta\omega} \quad (\text{EQ 2.3})$$

Per ottenere la densità spettrale di potenza di rumore di tensione:

(EQ 2.4)

$$\frac{\bar{v}_n^2}{\Delta f} = \frac{\bar{i}_n^2}{\Delta f} |Z|^2 = 4KTG \left(\frac{1}{G} \frac{\omega_o}{2Q\Delta\omega} \right)^2 = 4KTR \left(\frac{\omega_o}{2Q\Delta\omega} \right)^2$$

Si noti che all'aumentare del Q e della frequenza si ottiene un miglioramento in quanto aumenta il potere filtrante del tank e la sua attenuazione. Rapportando questo risultato alla potenza della portante ed esprimendo in decibel si ha:

(EQ 2.5)

$$L(\Delta\omega) = 10 \log \left[\frac{\frac{\bar{v}_n^2}{\Delta f}}{(v_{sig})^2} \right] = 10 \log \left[\frac{2KT}{P_{sig}} \left(\frac{\omega_o}{2Q\Delta\omega} \right)^2 \right]$$

2.3.1.2 Analisi del VCO LC differenziale

Riferendosi alla figura 2.4 l'oscillazione ha origine quando la resistenza parallelo (R_{loss}) è uguale alla resistenza negativa presentata dalla coppia incrociata di transistor. In un progetto reale il valore della conduttanza di piccolo segnale (G_m) è scelto più grande del minimo valore ammissibile: la quantità di extra conduttanza è espresso dal fattore α e si è soliti, per avere un margine di sicurezza nell'accensione, imporre:

$$\alpha = G_m R_{loss} = 2$$

L'ampiezza di oscillazione può essere trovata intuitivamente nel seguente modo: si assuma che i transistor incrociati abbiano delle commutazioni molto brusche, tali commutazioni portano ad avere una corrente che fluisce nel tank approssimabile ad un'onda quadra [5]; infatti, al picco positivo sull'uscita 2 il transistor M1 è spento e la corrente viene forzata dentro il tank dal generatore di corrente attraverso il transistor M2, viceversa quando è spento il transistor M2. Segue che l'ampiezza di oscillazione V_0 -peak è pari a:

$$V_0 - peak = \frac{2}{\pi} I \cdot R_{loss}$$

cioè la componente fondamentale di un'onda quadra di corrente moltiplicata per l'impedenza in risonanza di un tank vista in parallelo. L'impedenza che un tank presenta in risonanza è la sua resistenza di perdita e vale:

$$R_{loss} = 2(Q^2 + 1)R_s$$

L'ampiezza di oscillazione può essere riscritta nel seguente modo:

$$V_0 - peak = \alpha I \cdot \omega_0 \cdot Q \cdot L \cdot I \quad (\text{EQ 2.6})$$

si è espressa la tensione di oscillazione in funzione del Q (assunto costante) in quanto è un parametro fornito dalla tecnologia $Q = \frac{R_{loss}}{\omega L}$ ed il termine dello sviluppo dell'onda quadra è stato chiamato α_1 , si noti che la tensione di oscillazione è linearmente legata all'induttanza.

Un limite superiore all'ampiezza di oscillazione è dato dal valore massimo di tensione di alimentazione e dalla tensione di saturazione (V_{dsat}) offerta dai transistor dello stadio differenziale e dal generatore di corrente.

Definiamo α_2 come il rapporto tra la tensione di oscillazione e la tensione di alimentazione (il valore di tensione di oscillazione massimo si ha quando l'ampiezza è tale per cui il generatore di corrente inizia a diminuire la sua corrente), ed esprimiamo l'equazione precedente in funzione di α_2 ricavando l'induttanza:

$$\alpha_2 = 2 \left(\frac{VDD - V_{dsat}}{VDD} \right)$$

$$L_{sat} = \frac{\alpha_2}{\omega_0 Q I \alpha_1} VDD \quad (\text{EQ 2.7})$$

Questo valore di induttanza è il valore ottimo per un dimensionamento a minimo rumore bianco: tale valore di induttanza corrisponde ad avere una ampiezza di oscillazione che è al limite della saturazione dei transistor: se l'induttore fosse minore di quella ottima un aumento dell'induttanza corrisponde ad un aumento proporzionale della tensione di oscillazione diminuendo il rumore di fase. Un aumento dell'induttanza quando si è già raggiunto il valore di ampiezza massima di oscillazione corrisponde ad una degradazione delle prestazioni in quanto il rumore di tensione cresce più velocemente della tensione di segnale.

Infatti, sapendo che l'espressione del rumore di fase è data da:

$$PN(\Delta\omega) = \frac{KT(Rl + \alpha\Gamma Rl)\left(\frac{\omega_o}{\Delta\omega}\right)^2}{\left(\frac{V_o - pk}{\sqrt{2}}\right)^2} \quad (\text{EQ 2.8})$$

in cui K è la costante di Boltzmann, T è la temperatura assoluta, ω_o è la frequenza di oscillazione, $\Delta\omega$ è l'offset di frequenza dalla portante e $\alpha\Gamma Rl$ è una quantità che prende in considerazione l'eccesso di rumore dato dai transistor che implementano la resistenza negativa. Usando le EQ 2.6 ,EQ 2.7 e EQ 2.8 si trova la dipendenza funzionale del rumore di fase con l'induttanza:

$$PN(\Delta\omega) = \left(\begin{array}{l} \frac{KT(1 + \alpha\Gamma)\left(\frac{\omega_o}{\Delta\omega}\right)^2}{\omega_o L Q^3 \left(\frac{\alpha_1 I}{\sqrt{2}}\right)^2}, \quad L \leq L_{sat} \\ \frac{KT(1 + \alpha\Gamma)\omega_o L \left(\frac{\omega_o}{\Delta\omega}\right)^2}{Q \left(\frac{\alpha_2 VDD}{\sqrt{2}}\right)^2}, \quad L \geq L_{sat} \end{array} \right)$$

Resta solo da calcolare la capacità del tank ma questo si fa facilmente tramite la formula della frequenza di risonanza:

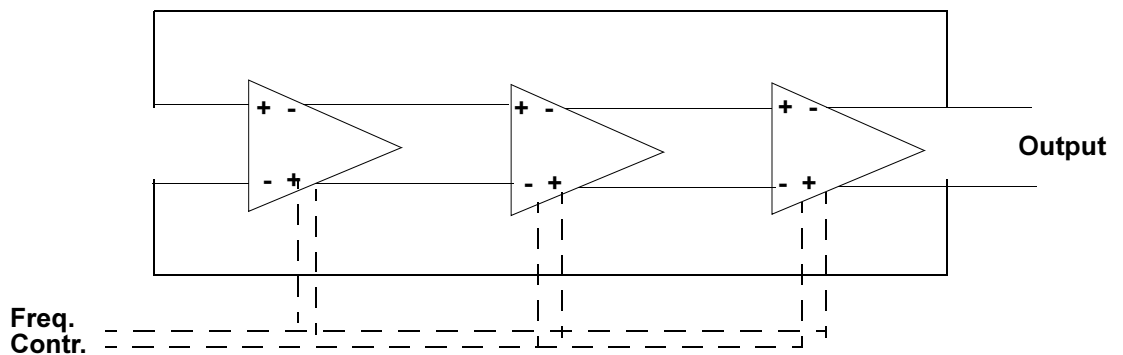
$$C_{Tank} = \frac{1}{L_{Tank}\omega_o^2}$$

2.3.2 Il ring oscillator

In questo paragrafo verrà svolta una breve trattazione sugli oscillatori ad anello, l'idea di base è di mettere in cascata una serie di celle di ritardo in modo tale che il circuito oscilli (figura 2.5). Questo dispositivo ha la caratteristica di tuning di frequenza molto ampio, occupazione di area ridotta e presenta uscite a più fasi. Ha lo svantaggio di presentare un rumore di fase alto perchè privo di risonatori passivi e quindi di dispositivi selettivi in frequenza che presentino un Q alto. In una struttura del genere, per avere oscillazioni, deve essere soddisfatto il criterio di Barkausen per cui il guadagno d'anello deve essere unitario e lo sfasamento totale di 360° . Il classico esempio di un oscillatore di questo tipo è visibile in figura 2.5.

FIGURA 2.5

Ring-oscillator differenziale a 3 stadi



Supponendo di usare celle con funzione di trasferimento pari a $e^{-s\tau}$ si può facilmente verificare che il guadagno d'anello è unitario e lo sfasamento è pari a $\Delta\Phi = Ms\tau$ con M numero di celle, quindi deve valere che $Ms\tau = 2\pi$ da cui

$$s = \frac{2\pi}{M\tau}$$

Nota la frequenza di oscillazione si può definire lo shift di fase introdotto dalla singola cella:

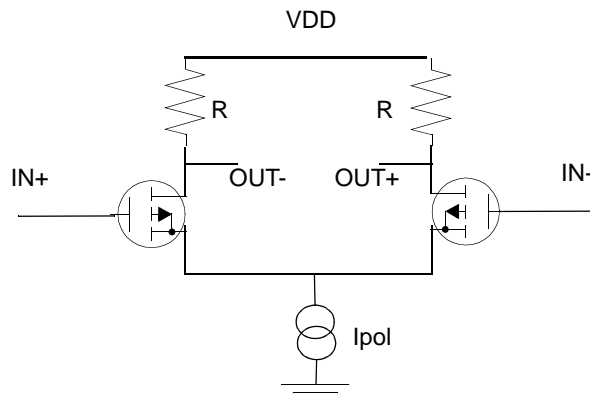
$$s\tau = \frac{2\pi}{M\tau} = \frac{2\pi}{M}$$

Da qui si deduce che con un numero di celle pari si riescono ad ottenere uscite in quadratura, caratteristica che permette di utilizzare architetture che sfruttano il segnale in fase e quello in quadratura.

In figura 2.6 è mostrato un esempio di realizzazione di una cella di ritardo [1]

FIGURA 2.6

stadio di guadagno differenziale



Si ha che:

$$\frac{OUT}{IN} = \frac{gmR}{1 + sRC}$$

con C capacità parassita al nodo di uscita verso il substrato.

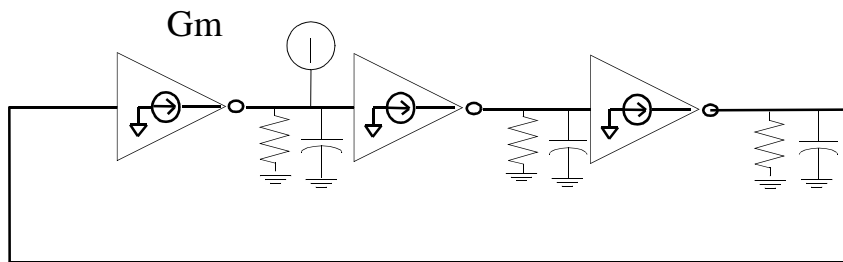
2.3.2.1 Phase-noise in un ring-oscillator

Per calcolare il phase-noise si è modellizzato il percorso del segnale attraverso un circuito lineare (single-ended) come nella figura 2.7 in cui R, C e Gm rappresentano la resistenza

di uscita, la capacità di uscita e il guadagno di transconduttanza presentato da ciascun stadio. Il rumore di ciascuna coppia differenziale e del suo dispositivo di carico è modellizzato come un generatore di corrente che inietta nel suo rispettivo nodo.

FIGURA 2.7

Modello lineare del Ring-oscillator a 3 stadi



Per calcolare la tensione sviluppata da un qualsiasi generatore di rumore in un punto si può far uso della teoria delle reti retroazionate per il calcolo dell'impedenza:

$$Z = \frac{Z_o}{1 - GLoop}$$

dove Z_o è l'impedenza vista ad anello aperto e pari a

$$Z_o = \frac{R}{1 + SCR}$$

mentre il Gloop vale

$$GLoop = \left(-GM \frac{R}{1 + SCR} \right)^3$$

Affinchè il circuito oscilli devono essere verificate le condizioni di Barkhausen pertanto:

$$\angle GM \frac{R}{1 + SCR} = \pm 120^\circ \Rightarrow \tan \frac{2}{3} \pi = -\omega RC = -\sqrt{3}$$

$$\left| GM \frac{R}{1 + SCR} \right| = 1 \Rightarrow \omega = \frac{1}{RC} \sqrt{(GMR)^2 - 1}$$

da cui si deduce che GmR deve valere 2 e la pulsazione vale circa $1.73/RC$.

Da questi dati e riferendosi all'articolo di Razavi [6] si ottiene una espressione dell'impedenza linearizzata attorno al punto di lavoro che vale :

$$\left[\frac{V}{in} [j(\omega_0 + \Delta\omega)] \right]^2 = \frac{R^2}{27} \left(\frac{\omega_0}{\Delta\omega} \right)^2 \quad (\text{EQ 2.9})$$

Il rumore totale in uscita è dato dalla sovrapposizione dei singoli degli effetti dei generatori di rumore di ogni nodo, il rumore totale sarà pertanto:

$$[V_{tot}[j(\omega_0 + \Delta\omega)]]^2 = \frac{R^2}{27} \left(\frac{\omega_0}{\Delta\omega} \right)^2 (\overline{in1^2} + \overline{in2^2} + \overline{in3^2})$$

Il rumore additivo di fase è stimato molto bene attraverso il modello linearizzato se gli stadi del ring restano spenti per una porzione di tempo sufficientemente piccola rispetto al periodo complessivo.

2.4 Induttanze integrate

Una delle sfide dei circuiti integrati è di aggiungere gli induttori nella lista dei componenti disponibili in forma monolitica, usati per l'adattamento d'impedenza on chip, filtri passivi, carichi induttivi, trasformatori e balun.

Le induttanze integrate possono essere realizzate con bond wire, ottenendo così ottimi componenti anche se di basso valore in quanto questo è proporzionale alla lunghezza del filo d'oro, oppure tramite spirali metalliche realizzate usando processi standard della tecnologia. Questi ultimi componenti forniscono un ampio range di valori anche se di scarsa qualità dovuta ai numerosi parassiti che tale realizzazione comporta.

Esiste infine la possibilità di ottenere un effetto induttivo attraverso circuiti a retroazione positiva, il più comune dei quali è il giratore.

L'efficienza di un induttore si misura attraverso il fattore Q , definito come:

$$Q = 2\pi \frac{\text{energia immagazzinata}}{\text{energia dissipata per ciclo}} = \frac{\omega L}{R} \quad (\text{EQ 2.10})$$

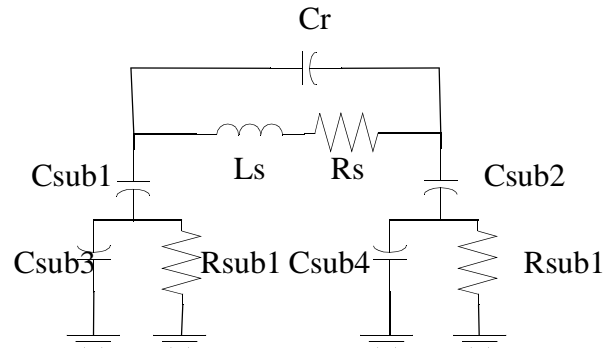
Idealmente il Q dovrebbe essere infinito ma, a causa di un inevitabile resistore serie associato all'induttore, esso assume valori finiti e talvolta molto bassi, anche poche unità. Comunque un'induttanza integrata presenta numerosi componenti parassiti che ne limitano le prestazioni ed il range di frequenze di lavoro permesse.

2.4.1 Induttori a spirale

Recentemente è stato fatto molto lavoro sugli induttori a spirale integrati su silicio. Il circuito equivalente di un induttore a spirale integrato è mostrato in figura 2.8

FIGURA 2.8

Modello circuitale dell'induttore integrato a spirale



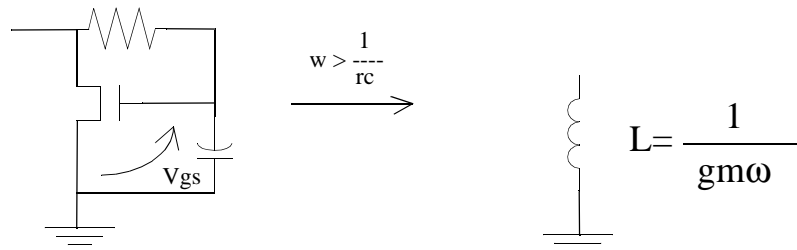
Come si nota vi è una resistenza serie che aumenta la dissipazione di potenza e degli accoppiamenti parassiti con il substrato che ne limitano la tunabilità. Valori massimi di induttanza si aggirano sui 10 nH con valori di resistenza serie di circa 15 Ω che si dimostrerà essere dannoso per la potenza dissipata e per il rumore di fase. Per migliorare le perdite si fa spesso uso di tecnologie sempre più avanzate come la realizzazione di induttori sospesi al substrato, ottenuti attraverso attacco acido del materiale sottostante il conduttore.

2.4.2 Induttori attivi

La più comune implementazione di un induttore attivo è realizzabile con una capacità ed un transistor, come in figura 2.9

FIGURA 2.9

Esempio di giratore di impedenza



Il funzionamento di questo circuito può essere così riassunto: la V_{gs} a frequenze maggiori della frequenza del passa basso RC è in ritardo rispetto alla V_{ds} , pertanto essendo la corrente di Drain proporzionale alla V_{gs} si ha che la corrente di drain è in ritardo con la sua tensione, l'impedenza sul drain ha una caratteristica induttiva e vale $\frac{1}{\omega g_m}$. L'induttore attivo ha una grande tunabilità: cambiando la transconduttanza dell'elemento attivo, l'induttanza cambia valore, la frequenza di lavoro dell'oscillatore è ottenuta quindi senza l'uso di capacità variabili. Uno svantaggio di questi elementi è la dissipazione di potenza e il rumore intrinseco, tipico dei dispositivi attivi. E' quest'ultimo il problema principale che ne limita l'utilizzo: la transconduttanza genera una densità spettrale di rumore di corrente pari a $4KT\Gamma g_m df$ (viene considerato solo il rumore bianco) tale rumore termico si presenta in modo più limitato in un induttore passivo di pari valore di induttanza.

2.4.3 Induttori Bondwire

Una terza possibilità è di sfruttare l'induttanza parassita data dal collegamento di bonding; si può stimare che l'induttanza data da un filo di collegamento è circa 1nH/mm; è possibile ottenere induttori di diversi nH. La resistenza serie di tali induttori è molto bassa così da permettere di ottenere fattori di qualità relativamente elevati. Dalla EQ 2.10 si capisce come

più le perdite sono elevate più il Q è basso. Nel caso di induttanze bondwire, oltre alla resistenza serie, sono presenti anche le capacità dei pad che, tuttavia, essendo molto piccole, comportano una frequenza di autooscillazioni molto alta.

Un aspetto negativo delle induttanze Bondwire è dato dalla difficile controllabilità del valore dell'induttanza, in fase di processo di fabbricazione del circuito integrato, non è garantita la perfetta ripetibilità del valore dell'induttanza di bonding, pertanto le industrie di semiconduttori sono restie ad utilizzare tale tecnica.

In questo lavoro ci occuperemo di VCO a più fasi realizzati tramite l'accoppiamento di VCO risonanti.

Questo capitolo ed i seguenti hanno come obiettivo quello di studiare teoricamente la sincronizzazione di VCO armonici per poter ricavare una formulazione analitica del loro comportamento; trovare infatti una formulazione analitica che descrive gli aspetti del sistema consente di avere un riferimento per il suo progetto: assegnate le specifiche di funzionamento è possibile eseguire il suo dimensionamento circuitale.

Il lavoro è stato pensato per caratterizzare i seguenti parametri di progetto:

1) Ampiezza e frequenza di lavoro

2) Formulazione dell'andamento del phase-noise in uscita in funzione della potenza dissipata e del numero di fasi richieste.

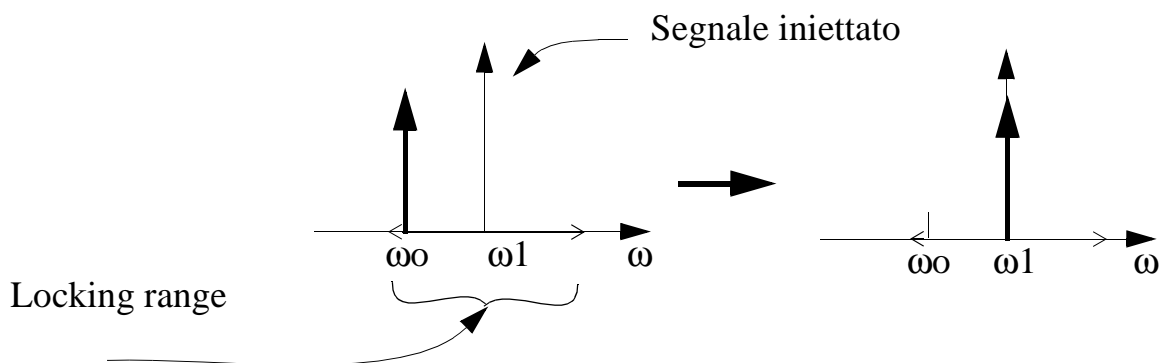
3) Formulazione dell'errore di fase provocato da un possibile mismatch di processo in funzione del numero di fasi e dei dispositivi impiegati.

3.1 Il locking

Quando una forzante esterna di tipo sinusoidale a pulsazione angolare ω_1 viene iniettata in un oscillatore con pulsazione angolare libera ω_0 , nell'intero sistema si innesca un complicato processo di battimenti tra le due pulsazioni. Nel caso in cui la pulsazione ω_1 si avvicina sufficientemente a ω_0 , il sistema cessa di generare battimenti e in uscita all'oscillatore si osserva un'unica pulsazione angolare di valore pari alla forzante [9][10]. Questo fenomeno è conosciuto come "injection-locking" e la distanza massima tra le pulsazioni ω_1 e ω_0 entro la quale si verifica il fenomeno di cattura dell'oscillatore da parte della forzante è chiamata "locking range", si dimostra che tale range è tanto più grande quanto maggiore è la potenza del segnale iniettato.

FIGURA 3.1

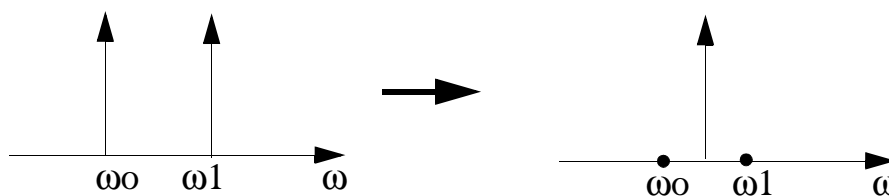
Drift di un oscillatore tramite un segnale esterno e locking dell'oscillatore



Il concetto ora può essere generalizzato considerando due oscillatori che si scambiano mutuamente energia. Si supponga che i due oscillatori abbiano una frequenza libera di lavoro prossima tra loro, se l'energia scambiata reciprocamente è sufficiente gli oscillatori subiranno il fenomeno del locking. Gli oscillatori quindi andranno a lavorare ad una frequenza unica e di valore intermedio alle loro frequenze libere. Inoltre si avrà che tra gli oscillatori si instaurerà una particolare relazione di fase. In questo caso definiamo locking range la massima distanza in frequenza tra i due oscillatori entro cui si ha il locking. Come nel caso precedente, maggiore è la potenza scambiata maggiore sarà l'intorno di frequenza entro cui avviene il locking degli oscillatori.

FIGURA 3.2

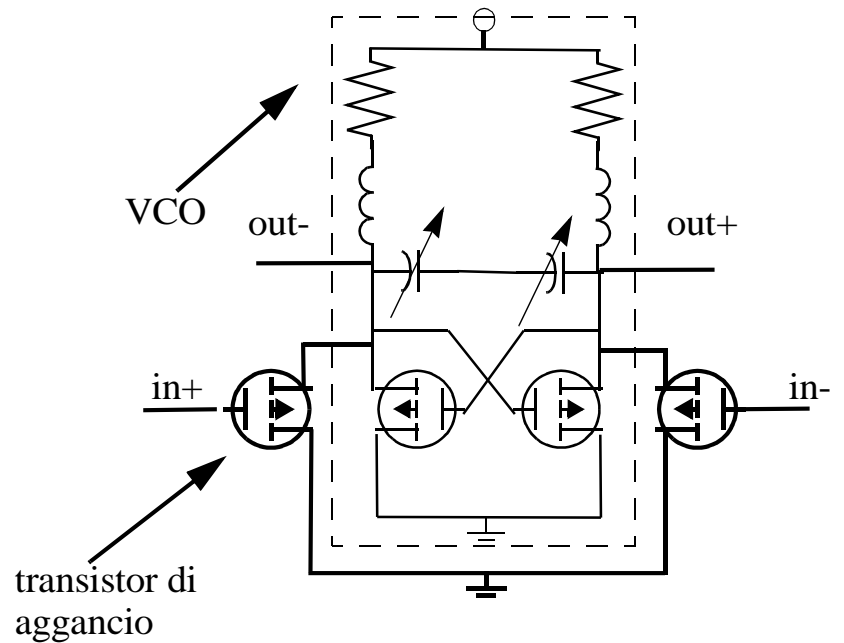
Locking mutuo di due oscillatori



La sincronizzazione reciproca degli oscillatori avviene attraverso dei transistor detti di aggancio che iniettano una corrente ai capi di ciascun oscillatore come mostrato in figura 3.3, il controllo dei transistor di aggancio avviene attraverso la tensione di gate che a sua volta viene fornita da un altro oscillatore. Ogni oscillatore controlla quindi con la propria uscita la tensione di gate di una coppia di aggancio di un altro oscillatore e a sua volta è controllato dalla corrente dei propri transistor di aggancio.

FIGURA 3.3

Coppia di aggancio



3.2 Sincronizzazione di VCO

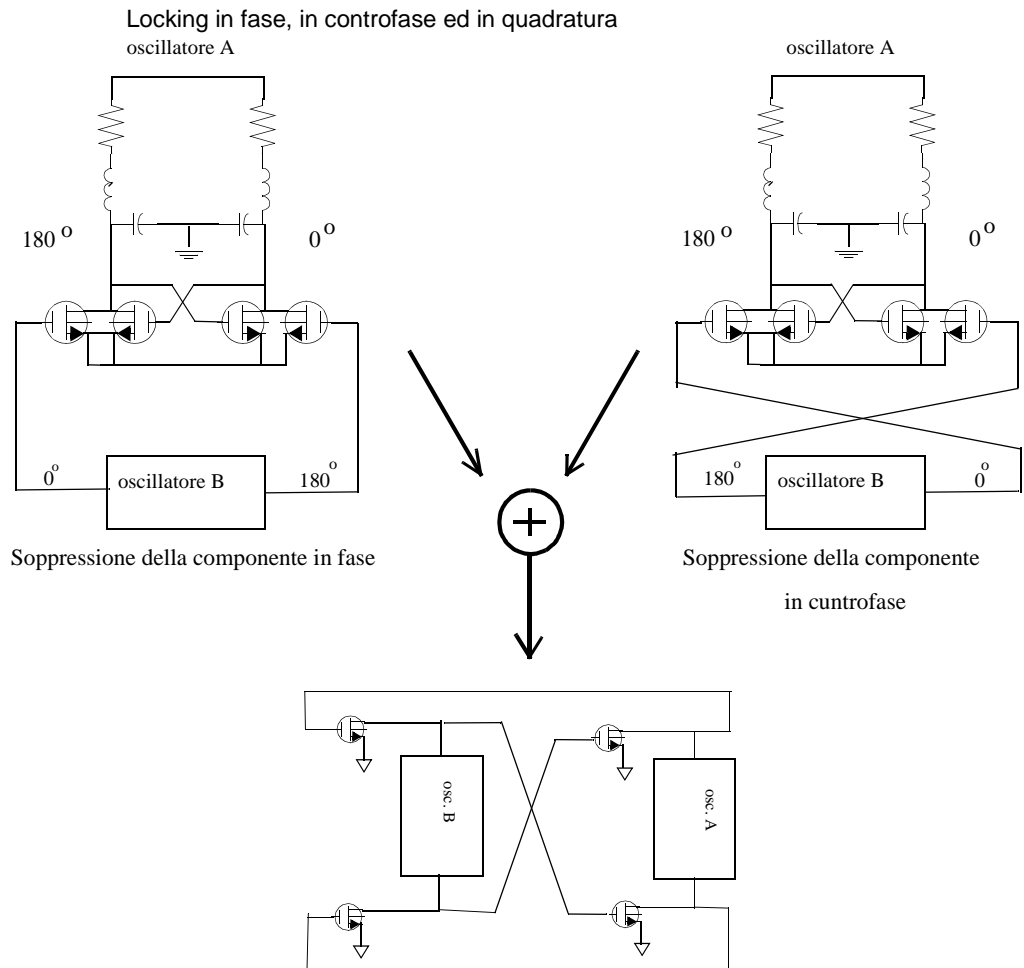
Lo scopo di questo lavoro è di ottenere un oscillatore che presenti in uscita un segnale ad una data frequenza con un certo numero di fasi, questo dispositivo è ottenuto considerando un insieme di celle del tipo mostrate in figura 3.3 opportunamente collegate tra loro.

3.2.1 Oscillatore a 4 fasi

Iniziamo con il considerare l'accoppiamento di due oscillatori: nella Figura 3.4 sono illustrati due possibili modi di collegare gli oscillatori, il primo avviene attraverso un collegamento diretto cioè l'uscita dell'oscillatore B è collegato direttamente all'ingresso della coppia di aggancio dell'oscillatore A, il secondo avviene attraverso un collegamento incrociato cioè

l'uscita dell'oscillatore B è collegata all'ingresso dell'oscillatore A incrociando i fili.

FIGURA 3.4



Il collegamento diretto consente di avere oscillazioni in controfase tra gli oscillatori, infatti, se così non fosse i transistor di aggancio assorbirebbero la corrente dei transistor del VCO annullando l'effetto di $-R$ dato della coppia dei transistor incrociati che formano il VCO stesso. Lo stesso discorso si ripresenta nel collegamento incrociato in cui viene favorita l'oscillazione in fase; questo circuito ripropone il concetto del locking illustrato nel paragrafo 1.1 in cui l'oscillatore B "tira" l'oscillatore A aggiustando la sua fase (in questo caso si è

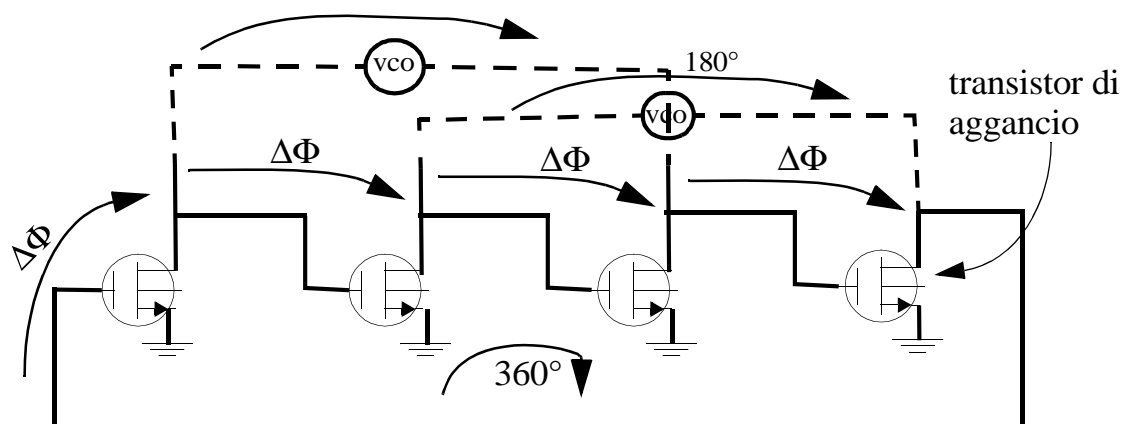
assunto che gli oscillatori abbiano la stessa frequenza di oscillazione libera)

Segue che se i due tipi di collegamenti coesistono ovvero non vi è solamente un' influenza esclusivamente unidirezionale tra un oscillatore e l'altro ma bensì una mutua influenza tra i due oscillatori la relazione di fase che deve sussistere tra le uscite degli oscillatori deve essere una relazione di quadratura

Per un'analisi matematica più approfondita si sceglie una diversa rappresentazione dei collegamenti che ovviamente lascia invariata la topologia del circuito: i transistor di sincronismo vengono allineati come in figura 3.5.

FIGURA 3.5

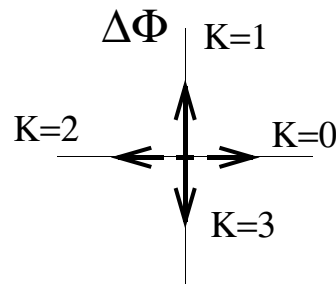
Modello di VCO a 4 fasi
180°



I transistor che permettono l'aggancio agli oscillatori formano una sorta di anello chiuso e data la simmetria dei collegamenti deve risultare che gli sfasamenti relativi tra Vg e Vd ($\Delta\Phi$) di tutti i transistor di aggancio devono essere uguali e, inoltre, la somma di tali sfasamenti deve essere un multiplo di 360° :

$$4\Delta\Phi = k2\pi, \quad k \in \mathbb{N} \quad (\text{EQ 3.1})$$

Le soluzioni $\Delta\Phi$ ottenute risolvendo EQ 3.1 sono tutti i multipli di 90° ; i valori 180° e 360° non si possono verificare perché nel calcolo occorre considerare la presenza del vincolo posto dagli oscillatori differenziali che impongono $\pm 180^\circ$ nella somma di due $\Delta\Phi$ consecutivi come rappresentato nella figura seguente:



In questo caso saranno possibili quindi solo due soluzioni, tali soluzioni corrispondono allo sfasamento possibile tra le uscite dei due oscillatori. I valori di fase trovati corrispondono allo sfasamento esistente tra tensione di Gate e tensione di Drain di ciascun MOS di aggancio, la conseguenza di questa disposizione delle fasi è molto importante: supponendo un modello lineare dei transistor di aggancio, cioè modellizzati da una transconduttanza g_m , la relazione di fase tra tensione di Gate e tensione di Drain dei transistor di aggancio si riflette sulla tensione di Drain e la sua corrente; tra la tensione di Drain e corrente di Drain si avrà lo sfasamento trovato nell'EQ 3.3 e pari a 90° o a -90° .

Lo sfasamento tra la tensione di Drain e corrente di Drain nei transistor di aggancio ricorda lo sfasamento tipico esistente tra tensione e corrente di un elemento puramente reattivo; possiamo quindi definire una sorta di "impedenza equivalente" presentata dal Drain del transistor di aggancio, data dal rapporto tra la tensione e la corrente in quel punto. L'aggettivo

"equivalente" è d'obbligo in quanto il concetto di impedenza appartiene a circuiti lineari, i transistor considerati, invece, subiscono una grossa variazione del punto di lavoro durante un periodo di funzionamento, per tanto il loro comportamento è ampiamente non lineare. In questo caso, come avevamo notato e come viene evidenziato in Figura 3.6, l'impedenza equivalente può essere di tipo capacitivo o un induttivo. A seconda del modo di funzionamento, tale impedenza vale:

$$Z(\omega) = \frac{Vd}{id} = \frac{Vd}{gmVg} = \frac{Vd}{gmVd \cdot e^{\pm i\frac{\pi}{2}}} = \frac{1}{gm \cdot e^{\pm i\frac{\pi}{2}}}$$

In particolare e' possibile calcolare a seconda dei due casi una capacità o una induttanza equivalente che presentano l'impedenza precedentemente illustrata:

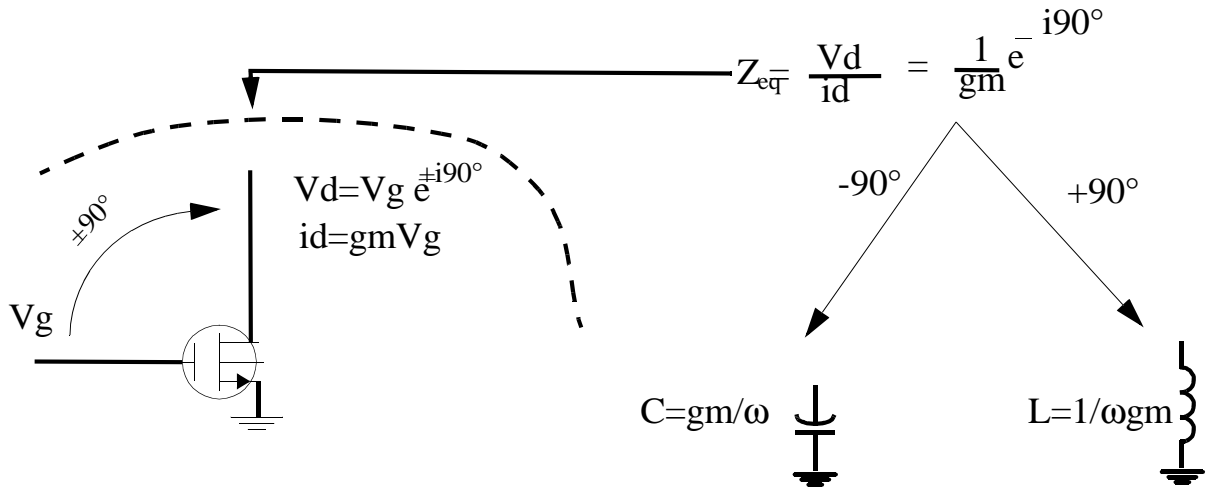
$$Z(\omega) = i\omega L_{eq} = \frac{1}{gme^{-i\frac{\pi}{2}}} \Rightarrow L_{eq}(\omega) = \frac{1}{\omega gm}$$

$$Z(\omega) = \frac{1}{i\omega C_{eq}} = \frac{1}{gme^{i\frac{\pi}{2}}} \Rightarrow C_{eq}(\omega) = \frac{gm}{\omega}$$

Si noti che tali capacità e tali induttanze equivalenti presentano una dipendenza dalla frequenza.

FIGURA 3.6

Modello dell'impedenza equivalente dei transistor di aggancio in un VCO a 4 fasi

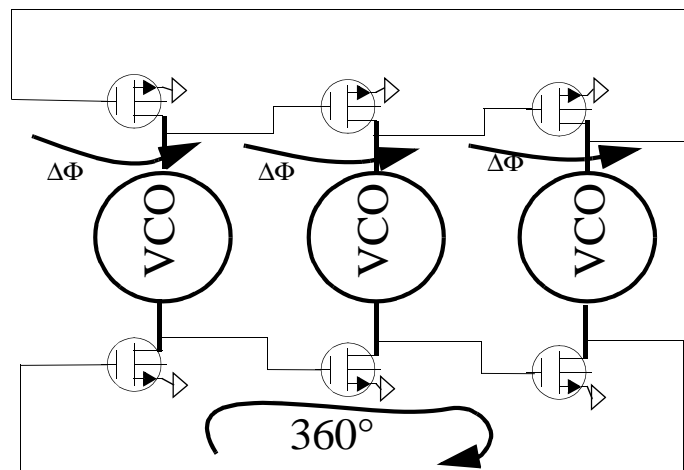


3.2.2 Oscillatore a 6 fasi

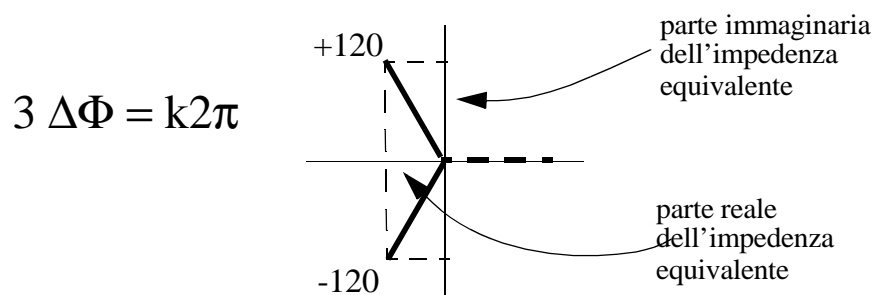
Per realizzare un oscillatore che presenti in uscita segnali sfasati di $\pm 120^\circ$ si fa uso di tre celle elementari già illustrate in figura 3.3, in figura 3.7 è illustrato il circuito che realizza l'aggancio di tali celle per avere la relazione di fase voluta.

FIGURA 3.7

Oscillatore a 6 fasi



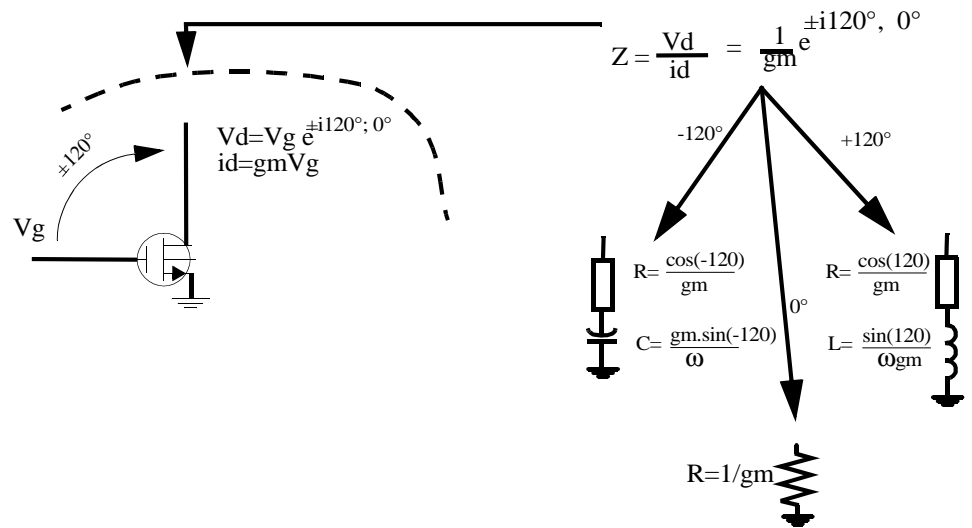
In questo caso la rete di accoppiamento presenta due anelli di transistor, tali anelli dovranno rispettare le condizione di anello chiuso: sfasamenti tra tensione di Gate e Drain ($\Delta\Phi$) uguale tra tutti i transistor d'aggancio, somma totale delle differenze di fase tra Vd e Vg uguale a 360° , quindi le possibili soluzioni sulla fase, come già trovato nell'oscillatore a 4 fasi, sono quelle che soddisfano l'equazione $3\Delta\phi = k2\pi$ e che danno luogo al diagramma degli sfasamenti illustrato di seguito:



Come nel caso precedente, l'impedenza equivalente vista nel Drain dipende dalla fase relativa che ha la tensione di Drain con la sua corrente, in questo caso le soluzioni possibili sono tre. La soluzione con sfasamento nullo produce una impedenza equivalente resistiva (equivalente ad un transistor chiuso a diodo) che smorza l'oscillazione in quanto vengono meno le condizioni di start-up necessarie per l'innesco dell'oscillazione. Le altre due soluzioni (sfasamento di ± 120) comportano una impedenza equivalente complessa: la parte reale è negativa, quella immaginaria dipende dal segno dell'angolo. In figura 3.9 sono mostrati i valori della capacità, dell'induttanza equivalente e della parte reale ad essa in serie.

FIGURA 3.8

Modello dell'impedenza equivalente dei transistor di aggancio di un VCO a 6 fasi



Si noti che l'impedenza equivalente dei transistor di aggancio è posta in parallelo al tank, la componente reale negativa di tali impedenze svolge esattamente lo stesso compito che svolge la conduttanza negativa di piccolo segnale offerta dai transistor del VCO: la compensazione delle perdite del tank avviene ora attraverso il duplice contributo dei transistor del VCO e dei transistor di aggancio. I transistor che compongono il VCO possono essere quindi ridimensionati, in particolare possono presentare una transconduttanza più piccola (e di conseguenza il rumore intrinseco di corrente che generano sarà minore) tale che la somma della conduttanza di piccolo segnale del VCO e dei transistor di aggancio sia uguale a due volte le perdite del tank (si considera un condizione di start-up di sicurezza).

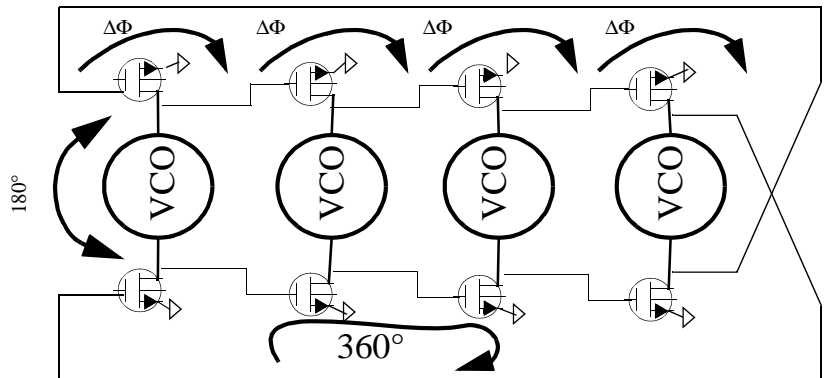
3.2.3 Oscillatore a 8 fasi

L'oscillatore a otto fasi si compone di quattro celle analoghe a quelle mostrate in figura 3.3, la configurazione dell'oscillatore

è tale per cui i transistor di aggancio formano un anello di 8 transistor quindi lo sfasamento tra tensione di drain e tensione di gate $\Delta\Phi$ deve essere uguale a tutti i transistor di aggancio (data la simmetria) e la somma di tali sfasamenti deve essere un angolo giro o un suo multiplo.

FIGURA 3.9

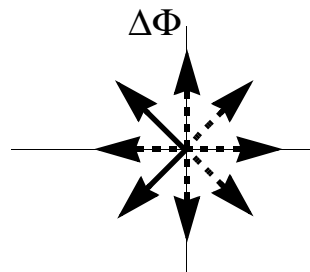
Oscillatore a 8 fasi



Le soluzioni possibili sulla fase sono quelle tale per cui viene soddisfatta la condizione:

$$8 \Delta\Phi = K2\pi$$

Tali soluzioni sono rappresentate graficamente qui di seguito:



In questo caso le impedenze equivalenti che si possono verificare possono presentare un comportamento puramente resistivo, puramente reattivo o un comportamento che possiede una parte immaginaria con in serie una parte reale. Come già visto nell'oscillatore a 4 e 6 fasi non tutte tali soluzioni si verificano: sono da escludere le soluzioni $\pm 45^\circ$ perché comportano una dissipazione di potenza presentando infatti una parte reale positiva (situazione già incontrata nell'oscillatore a 6 fasi), e quindi non verificano la condizione di start-up; sono da escludere le soluzioni $0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$ perché lo sfasamento di 180° dato dai singoli VCO non permette che tali soluzioni abbiano luogo (situazione incontrata nell'oscillatore a 4 fasi). Le uniche soluzioni ammissibili sono quelle che generano uno sfasamento, tra tensione di Drain e tensione di Gate dei transistor di aggancio, pari a $\pm 135^\circ$. Anche in questo caso è possibile gestire la componente reale negativa delle impedenze equivalenti di tali transistor di aggancio in modo tale da poter, assieme ai transistor del VCO, compensare le perdite ottimizzando il circuito.

3.3 Effetti dei transistor di aggancio sul funzionamento dell'oscillatore

Nelle configurazioni di oscillatori da noi trattate: oscillatori a 4, 6, 8 fasi sono sempre possibili due modi di funzionamento, tali modi corrispondono sempre ad una impedenza equivalente dei transistor di aggancio corrispondente ad una capacità o ad una induttanza, per semplicità ci riferiremo sempre a tali comportamenti chiamandoli modo capacitivo e modo induttivo in qualsiasi topologia di oscillatori.

Un problema risolto in maniera piuttosto intuitiva è dato dalla possibilità abbastanza aleatoria di poter innescare un modo

invece che un altro, questo problema è molto importante perché se si innescasse un modo diverso da quello che il progettista si aspetta il circuito non presenta le stesse caratteristiche funzionali e porterebbe l'intero sistema a malfunzionamenti. Quello che si è potuto notare è che la probabilità che si innesci un modo piuttosto che l'altro può essere sbilanciata dalla dipendenza che il Q del tank ha in funzione della frequenza. Se le perdite del Tank sono dominate dalle perdite dell'induttanza, quindi un Q che aumenta all'aumentare della frequenza, il circuito è notevolmente incentivato a lavorare a frequenza alta in quanto si troverebbe a funzionare in un punto operativo a minor dissipazione di potenza, il modo induttivo sarà quindi più favorito rispetto al modo capacitivo. La probabilità di innescio si sbilancerà nell'altro caso se le perdite sono predominanti sulla capacità. Questa caratteristica è stata sfruttata per poter gestire i modi di funzionamento in fase di simulazione. Queste considerazioni non danno nessuna garanzia sul funzionamento effettivo su silicio del circuito: infatti in fase di realizzazione non è detto che le perdite siano concentrate in un solo componente ma in realtà saranno distribuite su tutti i dispositivi

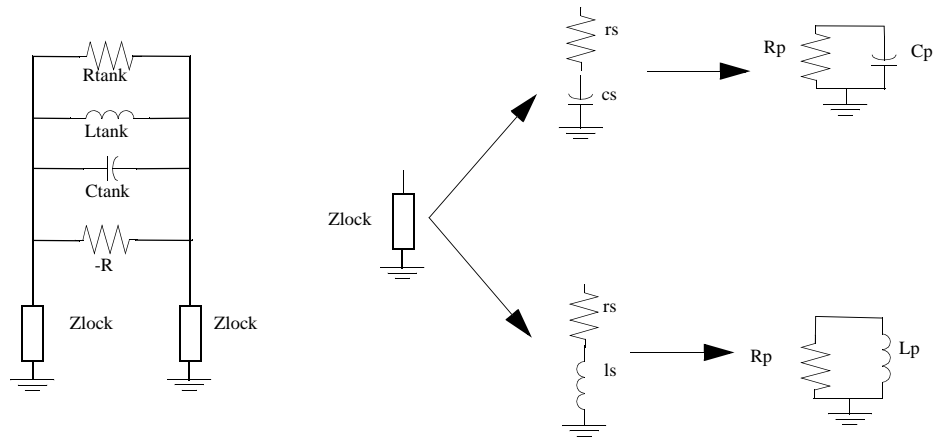
L'impedenza equivalente associata a ciascun transistor di aggancio può essere generalizzata nel seguente modo, in cui si assume che l'oscillatore sia formato da N VCO:

$$Re(z) + iImm(z) = \frac{1}{gm} \cos\left(\frac{\pm 180^\circ}{N}\right) + i \frac{1}{gm} \sin\left(\frac{\pm 180^\circ}{N}\right)$$

Al fine di capire gli effetti che i transistor di aggancio provocano al circuito, scegliamo di eseguire un'analisi semplificata: sostituiamo i transistor di aggancio con la loro impedenza equivalente. Tale impedenza data la sua posizione circuitale si trova in parallelo al tank come visibile in figura 3.10

FIGURA 3.10

Modello equivalente del Tank con i transistor di aggancio



Un primo effetto delle impedenze dei transistor di aggancio sarà quindi lo spostamento della frequenza di lavoro rispetto a quella caratteristica del Tank: l'innescarsi di un modo capacitivo comporta l'aggiunta di capacità in parallelo al tank con una diminuzione della frequenza; la presenza del modo induttivo farà diminuire l'induttanza complessiva spostando la frequenza a valori più alti.

E' possibile dare quindi una stima quantitativa della variazione della frequenza di lavoro: qui di seguito è illustrato il procedimento di calcolo della frequenza tenendo in conto l'impedenza equivalente presentata dai transistor di aggancio:

- modo induttivo:

riferendosi alla figura 3.10 si ha:

$$R_s = \frac{-\cos\left(\frac{180}{N}\right)}{g_m} \quad L_s = \frac{\sin\left(\frac{180}{N}\right)}{\omega \cdot g_m} \quad (\text{EQ 3.2})$$

In cui il gm che compare al denominatore delle EQ 3.2 è la transconduttanza dei transistor di aggancio.

E' possibile eseguire una conversione serie parallelo di tali impedenze: considerando il modello lineare e riferendosi a [7]; pertanto l'induttanza equivalente dei transistor di aggancio vista in parallelo al Tank vale:

$$L_p = \frac{1}{\omega \cdot gm \cdot \sin\left(\frac{180}{N}\right)}$$

la frequenza è ottenuta risolvendo l'equazione di secondo grado data da:

$$\omega^2 = \frac{1}{C_{Tank} L_{tot}}$$

in cui Ltot è l'induttanza totale ottenuta dal parallelo di Lp e Ltank; si trova:

$$\omega = \frac{gm \sin\left(\frac{180}{N}\right)}{2C_{Tank}} + \sqrt{\omega_{Tank}^2 + \left(\frac{gm \sin\left(\frac{180}{N}\right)}{2C_{Tank}}\right)^2} \quad (\text{EQ 3.3})$$

- modo capacitivo

il calcolo della frequenza nel caso di modo capacitivo è analogo a quello appena effettuato:

si calcola la capacità equivalente offerta dal transistor di aggancio in parallelo al tank:

$$C_p = \frac{gm \sin(\Delta\phi)}{\omega}$$

In cui il gm è la transconduttanza dei transistor di aggancio e la capacità totale è la somma della capacità equivalente dei transistor di aggancio e della capacità del tank ($C_{tot}=C_{tank}+C_p$). La frequenza è data da:

$$\omega^2 = \frac{1}{C_{Tot}L_{Tank}}$$

Risolvendo l'equazione di secondo grado in funzione della transconduttanza dei transistor di aggancio si ha:

(EQ 3.4)

$$\omega = -\frac{gm \sin\left(\frac{180}{N}\right)}{2CTank} + \sqrt{\omega Tank^2 - \left(\frac{gm \sin\left(\frac{180}{N}\right)}{2CTank}\right)^2}$$

Le equazioni 2 e 3 possono essere riscritte in modo più semplice:

(EQ 3.5)

$$\omega = \pm\Delta\omega + \sqrt{\pm\Delta\omega^2 + \omega Tank^2}$$

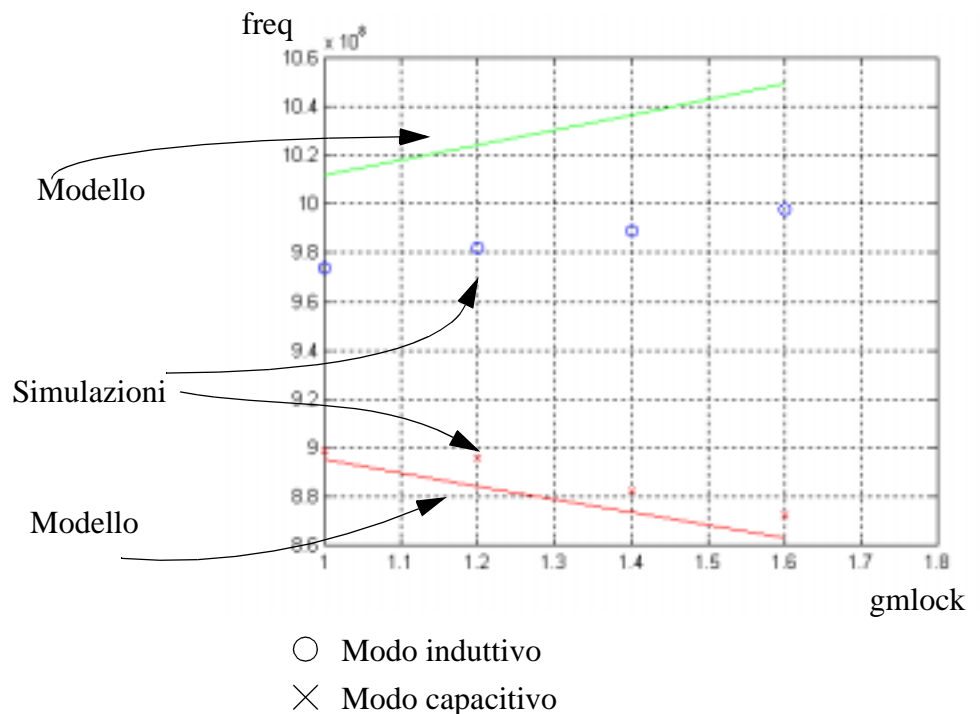
come si può notare la frequenza è stata spostata e tale spostamento non è da attribuirsi ad un effetto parassita, in quanto, è la transconduttanza dei transistor di aggancio che interviene,

come si nota dalla EQ 3.5 la frequenza di lavoro viene traslata di un termine $\Delta\omega$ con segno dipendente dal modo che è stato originato.

Questo risultato matematico è stato confrontato attraverso delle simulazioni fatte tramite il simulatore SpectreRF

FIGURA 3.11

confronto di frequenze tra il modello e le simulazioni



Occorre a questo punto evidenziare le diversità che esistono tra una impedenza passiva e l'impedenza equivalente dei transistor di aggancio. Questa caratterizzazione va fatta in termini di rumore e di potenza dissipata.

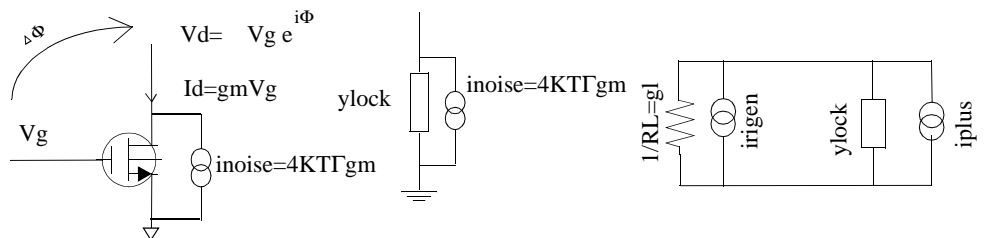
Nel caso di elementi passivi il concetto di "Q" visto come fattore che quantifica la "bontà" dell'elemento è intimamente legato sia al concetto di potenza dissipata sia al concetto di rumore generato. Se si vuole fare una analisi delle impedenze

dei transistor di aggancio occorre distinguere tra il concetto di Q legato alla dissipazione di potenza da quello legato al rumore. Definiamo il primo Q come "Q di impedenza", ed il secondo come "Q di rumore".

Prendendo in considerazione il rumore semplifichiamo l'analisi considerando solamente il rumore bianco. Il modello utilizzato attribuisce al transistor di aggancio una densità spettrale di rumore costante e pari a $4KT\Gamma gm$ dove la transconduttanza è quella calcolata ad oscillatore fermo e bilanciato.

FIGURA 3.12

modello del transistor di aggancio con il generatore equivalente di rumore.



In figura 3.12 è mostrato il modello in cui al transistor è stato sostituito l'ammettenza equivalente con in parallelo il generatore di rumore associato, si è preferito far uso delle ammettenze per semplicità di calcoli invece che delle impedenze; in particolare come si è già notato, l'ammettenza equivalente di aggancio è composta da una parte immaginaria con in parallelo una componente reale di segno negativa. La parte reale negativa, svolge esattamente la stessa funzione che svolge l'ammettenza negativa dei transistor incrociati del VCO. Si può quindi assimilare tale componente assieme alla componente di transconduttanza di piccolo segnale prodotta dal VCO per ottenere un unico effetto rigenerativo che compensa le perdite del tank; alla parte reale negativa è associato un rumore termico pari a $4KT\Gamma \frac{1}{RL}$. Si noti che questo rumore, generato

dalla componente reale, è rumore che comunque deve essere fatto per mantenere l'oscillazione attiva.

Possiamo quindi definire "rumore in eccesso" la quantità di rumore generata dalla coppia di aggancio che non è necessaria a sostenere l'oscillazione ma serve solo ad avere l'aggancio degli oscillatori. Questo rumore in eccesso sarà quindi il rumore totale prodotto dai transistor di aggancio diminuito della componente di rumore $4KT\Gamma\frac{1}{RL}$ dove $1/RL$ è il valore assoluto della parte reale dell'ammettenza equivalente che vale: $\frac{1}{RL} = gm \cos \frac{180}{N}$

Il rumore in eccesso che si ottiene vale:

$$\overline{i^2_{plus}} = 4KT\Gamma gm_{lock} \left(1 - \cos \frac{180}{N}\right) \quad (\text{EQ 3.6})$$

A questo punto si definisce "Q equivalente di rumore" come quel Q che dovrebbe avere una capacità o una induttanza che genera lo stesso eccesso di rumore del transistor di aggancio. Da questa definizione discende che una induttanza o una capacità per presentare lo stesso eccesso di rumore deve avere una ammettenza equivalente in parallelo di valore pari a:

$$G_{eq} = \Gamma gm_{lock} \left(1 - \cos \frac{180}{N}\right)$$

Il Q di rumore è il rapporto tra la suscettanza e la conduttanza dell'ammettenza equivalente che genera lo stesso eccesso di rumore dei transistor di aggancio:

$$Q_{eq_noise} = \frac{B_{paral}}{G_{eq}}$$

La suscettanza dell'ammettenza equivalente è:

$$B_{paral} = gm \sin \Delta\Phi$$

pertanto il Q equivalente di rumore vale:

$$Q_{eq_noise} = \frac{\sin\Delta\Phi}{\Gamma(1 - \cos\Delta\Phi)}$$

nel caso di oscillatore a 4,6,8 fasi si ha:

$$Q_{n2} = \frac{1}{\Gamma} \quad Q_{n3} = \frac{1,7}{\Gamma} \quad Q_{n4} = \frac{2,41}{\Gamma}$$

Da queste ultime considerazioni si può vedere che aumentando il numero di oscillatori il rumore che i transistor di aggancio danno in eccesso diminuisce: infatti spostandosi verso i 180° l'eccesso di rumore si annulla perché tutto il transistor è impiegato a fornire un effetto rigenerativo. Le analisi di rumore fatte al simulatore dimostrano che i Q di rumore appena trovati sono migliori di un fattore circa 2, ovvero il rumore dai transistor di aggancio è minore rispetto a quello teorico atteso. Questo particolare è stato ottenuto confrontando il rumore in uscita generato dalla resistenza di perdita del tank $4KTG_{tank}$ con il rumore generato dai transistor di aggancio. Si noti che tali sorgenti di rumore sono posti nella stessa posizione circuitale. Si è calcolato il rapporto dei due rumori in uscita, e si è notata una differenza di un fattore circa 2 rispetto al caso teorico. Questa discrepanza è stata attribuita a degli effetti di modulazione di rumore di canale durante il periodo di oscillazione che in questo modello non sono stati tenuti in conto.

Una ulteriore caratterizzazione delle impedenze attive rispetto a quelle passive è fatta in termini di energia dissipata: in questo caso si definisce il "Q equivalente di impedenza" cioè il Q che dovrebbe avere una impedenza per dissipare la stessa quantità di energia dissipata dai transistor di aggancio in un periodo. Si è già fatto notare che nel caso di oscillatori a 6 e 8 fasi le impe-

denze equivalenti dei transistor di aggancio presentano una parte reale negativa questo equivale ad una erogazione di potenza (potenza dissipata negativa) e quindi ad un Q negativo. Nel caso di oscillatore a 4 fasi non è così immediata una caratterizzazione in termini di Q equivalente di impedenza dei transistor di aggancio. Infatti data la relazione di fase tra V_g e V_d prossima a 90° la potenza dissipata da essi dovrebbe essere nulla. Ma data la variazione di ampio segnale di tensione ai capi del transistor e la caratteristica non lineare degli stessi non è possibile valutare con precisione con questo modello la potenza dissipata, pertanto, si è pensato di ottenere una indicazione attraverso una analisi sperimentale.

Si è eseguito una analisi in transitorio del tempo di salita dell'oscillazione: per far questo si è dotato l'oscillatore a 4 fasi di un circuito supplementare che garantisse nell'istante iniziale una piccola tensione sinusoidale per un valore di tempo sufficiente e che presentasse la fase corretta su tutti i nodi di uscita. Il dispositivo di start-up, dopo un periodo di tempo sufficiente a garantire che tutti i nodi interni dell'oscillatore siano assestati veniva sganciato lasciando libero di evolvere l'oscillatore. Si sono eseguite delle simulazioni sul tempo di salita dell'oscillazione notando che il tempo di salita risultava sempre minore rispetto al tempo di salita dell'oscillatore singolo con stesso tank e stessa quantità di -R; si può quindi concludere che anche nell'oscillatore a 4 fasi le coppie di aggancio non dissipano potenza, anzi ne erogano una piccola parte.

L'espressione del Q equivalente di impedenza può essere ricavata eguagliando l'energia erogata dai transistor di aggancio con l'energia dissipata da una tank RL parallelo:

$$\int_0^{T_0} VI = \int_0^{T_0} \frac{V^2}{R_p} \quad \text{con } R_p = Q \omega L$$

si ottiene:

$$Q = \frac{V^2 T_0}{2\omega L \int VI}$$

Analisi di rumore su una struttura di VCO multifase

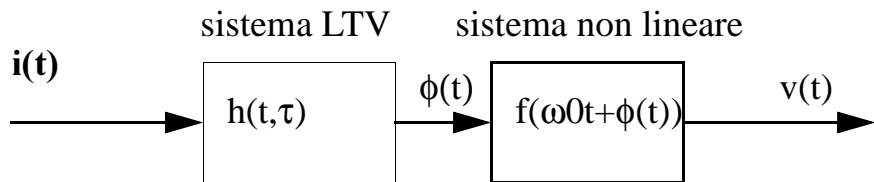
In questo capitolo verrà affrontata l'analisi di rumore di un sistema di VCO accoppiati del tipo visto nel capitolo precedente. Il tipo di analisi che imposteremo è un'analisi lineare in cui si calcola l'effetto delle sorgenti di rumore sull'uscita in un intorno della frequenza portante. Questa analisi è un'estensione del metodo lineare applicato al singolo VCO. Inoltre otterremo che come caso limite questa analisi si applica ai Ring-Oscillator [6]

4.1 Il modello lineare

Il modello di rumore proposto si basa su un modello lineare tempo invariante (LTV). Questo tipo di modello permette di considerare solo il rumore bianco e non il rumore 1/f. Infatti in ogni oscillatore è possibile [8] calcolare l'effetto del rumore in corrente sull'uscita come se il rumore attraversasse due blocchi: il primo LTV e il secondo non lineare (figura 4.1). Questa modellizzazione consente di spiegare come il rumore 1/f (rumore generato a bassa frequenza in un dispositivo MOS) è in grado di presentarsi in uscita dell'oscillatore alla frequenza della portante e delle sue armoniche (quindi a frequenze decisamente elevate) corrompendo il segnale.

FIGURA 4.1

Modello equivalente del processo di modulazione del rumore 1/F



Il modello che adotteremo sarà molto più semplificato rispetto al modello rigoroso che tiene conto dei processi appena visti, sarà quindi rivolto ad una analisi di rumore bianco tramite un modello lineare tempo invariante che permette comunque di descrivere con buona accuratezza il rumore bianco.

Sono state fatte le seguenti ipotesi:

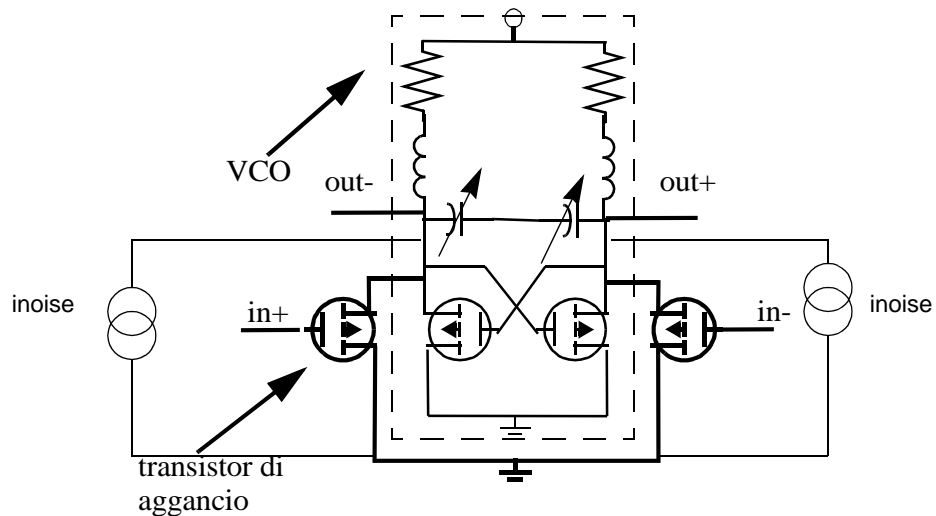
- 1) I transistor sono descritti da una transconduttanza
- 2) Il sistema viene studiato intorno al punto di lavoro e quindi ha i poli complessi coniugati sull'asse immaginario

3) Si considera solo il rumore bianco

4) Il tank ha perdite resistive considerate in parallelo alla capacità e all' induttanza.

In figura 4.2 è illustrata la cella elementare di un VCO singolo in cui viene evidenziata la posizione circuitale dei generatori di corrente di rumore. Ogni generatore di rumore considera il contributo di tutti i generatori di rumore che insistono sullo stesso nodo.

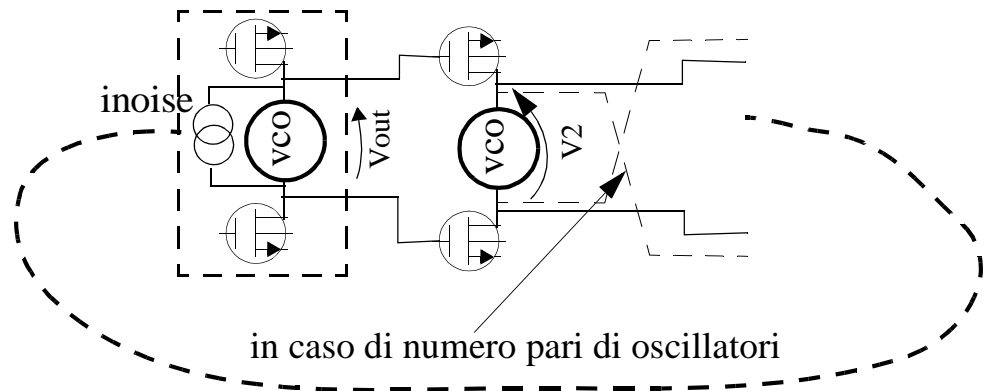
FIGURA 4.2



In figura 4.3 sono mostrati due elementi di una generica catena con N oscillatori accoppiati. Inoltre, le sorgenti di rumore del VCO dei transistor di aggancio le considereremo agenti nella posizione circuitale mostrata in figura. In realtà questa posizione non è quella reale: le singole sorgenti agiscono tra un nodo di uscita e massa. Considerato che la struttura è perfettamente differenziale il calcolo impostato in entrambi i modi porta allo stesso risultato.

FIGURA 4.3

Schema di una generica catena di oscillatori accoppiati

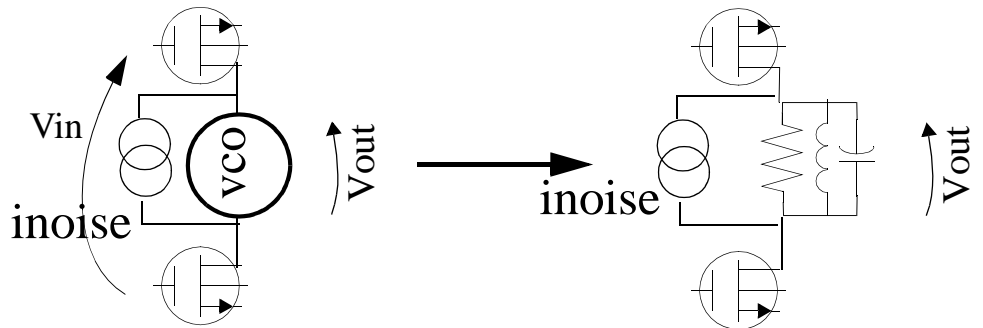


Calcoleremo quindi le funzioni di trasferimento corrente/tensione del generatore di corrente di rumore che inietta ai capi di un VCO verso tutte le possibili uscite dei vari VCO.

Il modello si compone di N blocchi tutti uguali tra di loro, dove N è il numero di oscillatori impiegati, ed il singolo blocco è costituito da una coppia di transistor di aggancio collegati ad un unico VCO. Nel nostro modello sostituiremo al VCO l'impedenza equivalente che lui presenta a regime. In particolare consideriamo questa impedenza data dal parallelo di una induttanza, una capacità e una resistenza. La capacità e l'induttanza sono quelle del tank del VCO mentre la resistenza schematizza il parallelo tra le perdite del tank e la resistenza negativa prodotta dai transistor del VCO (figura 4.4) .

FIGURA 4.4

Modello circuitale della cella di VCO



Occorre far notare che vi è una differenza tra un oscillatore composto da un numero di blocchi pari ed uno composto da un numero di blocchi dispari. Nel secondo, nel collegare i vari blocchi, si collega direttamente ciascuna tensione di uscita dei VCO sull'ingresso (Gate) dei transistor di aggancio. Nel primo caso invece una tensione di uscita dei VCO viene riportata in ingresso ai transistor di aggancio invertendo le polarità. (vedi Capitolo 3) .

Possiamo calcolare la funzione di trasferimento tra l'ingresso (Gate) dei transistor di aggancio e l'uscita del VCO dal modello della figura 4.4:

$$V_{out} = -G_m Z_{load} V_{in}$$

in cui il G_m è la transconduttanza complessiva presentata dai due transistor di aggancio e vale la metà della transconduttanza di ciascun transistor di aggancio, mentre Z_{load} è l'impedenza di carico data dal parallelo RLC.

Il guadagno totale dell'anello creato dagli N VCO è dato dalla cascata di N stadi dove ciascun stadio è caratterizzato dalla funzione di trasferimento precedentemente illustrata:

$$Gloop = (-1)^{N-1}(-GmZload)^N = -(GmZload)^N \quad (\text{EQ 4.1})$$

In cui il termine -1 tiene conto del cambiamento presente nel caso di un numero pari di stadi.

Considerando i teoremi sulla retroazione delle reti lineari è possibile trovare l'impedenza vista da un generatore di corrente differenziale che inietta ai capi di un VCO:

$$Z0 = \frac{Zload}{1 + (GmZload)^N} \quad (\text{EQ 4.2})$$

Dallo studio di questa funzione di trasferimento è possibile calcolare il valore della frequenza di lavoro. Infatti gli zeri del denominatore corrispondono ai poli del sistema. Siccome abbiamo per ipotesi che l'oscillatore si trovi a regime e quindi con i poli puramente immaginari, cercando le soluzioni puramente immaginarie di $(Gm ZLoad)^N = -1$ troviamo le possibili frequenze di lavoro. In particolare per l'oscillatore a 4 fasi otteniamo:

$$\omega2 = \pm \frac{gm}{2c} + \sqrt{\omega Tank^2 \pm \left(\frac{gm}{2c}\right)^2}$$

e per l'oscillatore a 6 fasi:

$$\omega3 = \pm \frac{\sqrt{3}gm}{4c} + \sqrt{\omega Tank^2 \pm \frac{3gm^2}{2C^2}}$$

Si può vedere facilmente che tali equazioni coincidono con quelle trovate nel Capitolo 3

Proseguendo l'analisi di rumore bianco, per convenienza consideriamo l'ammettenza piuttosto che l'impedenza vista dal generatore di rumore, essa vale:

$$\frac{1}{Zo} = Y0 = \frac{1}{ZLoad} + Gm^N Zload^{N-1} = \frac{1}{Zload} + Gm^N Yload^{1-N} \quad (\text{EQ 4.3})$$

Si procede eseguendo una linearizzazione di tale ammettenza attorno alla frequenza di risonanza. Infatti siamo interessati a calcolare il contributo di rumore in un intorno della risonanza; notiamo inoltre che siccome $1+(GmZload)^N$ si annulla a risonanza Y_0 è nullo a risonanza. Facendo quindi una linearizzazione al primo ordine di Y_0 otteniamo:

$$Y_0(\omega_0 + \Delta\omega) \approx \frac{d}{d\omega}Y_0|_{\omega_0}\Delta\omega$$

dove la derivata di Y_0 vale:

$$\frac{d}{d\omega}Y_0 = \frac{d}{d\omega}Y_{load} + Gm^N(1-N)Y_{load}^{-N}\frac{d}{d\omega}(Y_{load})$$

tenendo presente che in risonanza deve essere verificata la condizione sul guadagno d'anello unitario:

$$(GmZload)^N = -1$$

la derivata dell'ammettenza Y_0 si semplifica:

$$\frac{d}{d\omega}Y_0 = \frac{d}{d\omega}Y_{load} + (-1 + N)\frac{d}{d\omega}Y_{load} = N\frac{d}{d\omega}Y_{load}$$

il contributo di rumore in uscita del generatore di corrente sarà quindi dato da:

$$\overline{V_{out}^2} = \frac{\overline{I_{noise}^2}}{\left(N\frac{d}{d\omega}Y_{Load} \cdot \Delta\omega\right)^2}$$

Notiamo come il rumore decresce come il quadrato di $\Delta\omega$ in accordo con la classica dipendenza del rumore bianco in frequenza. Inoltre si può notare come all'aumentare del numero di stadi la tensione di rumore sviluppata da un generatore di

corrente diminuisce al crescere del numero di oscillatori agganciati. Eseguiamo quindi la derivata dell'ammettenza Y_{load} che, data l'ipotesi iniziale, consiste nella ammettenza di un tank RLC parallelo. Tale derivata è uguale a quella di un LC parallelo in quanto R è indipendente dalla frequenza:

$$Y_{load} = \frac{1}{R} + sC + \frac{1}{sL}$$

$$\frac{d}{d\omega} Y_{load} = iC \left[1 + \frac{1}{LC\omega^2} \right] = iC \left[1 + \frac{\omega Tank^2}{\omega^2} \right]$$

Quindi il contributo di rumore in tensione sull'uscita sarà:

$$\overline{V_{out}^2} = \frac{\overline{Inoise^2}}{\left(NiC \left[1 + \frac{\omega Tank^2}{\omega^2} \right] \Delta\omega \right)^2}$$

Il fatto di avere la frequenza di lavoro che compare direttamente nell'espressione dell'ammettenza linearizzata implica che: a parità di circuito e di potenza dissipata l'innescarsi del modo capacitivo (frequenza più bassa) comporta un contributo di rumore più basso rispetto al modo induttivo.

Occorre ora calcolare le funzioni di trasferimento, dello stesso generatore di corrente verso tutte le altre uscite in modo da valutare l'effetto di questo rumore verso le altre uscite. Tali funzioni di trasferimento si trovano facilmente applicando le regole dei sistemi a retroazione, si ottiene:

$$Z1 = \frac{(GmZload)Zload}{1 + (GmZload)^N}$$

$$Z2 = \frac{(GmZload)^2 Zload}{1 + (GmZload)^N}$$

...

$$Z_N = \frac{(GmZload)^N Zload}{1 + (GmZload)^N}$$

Linearizzando tali funzioni intorno alla frequenza di lavoro con uno sviluppo al primo ordine si trova la stessa espressione vista precedentemente. Da questi risultati discendono le seguenti considerazioni:

1) Il rumore prodotto da una qualunque sorgente produce nell'intorno della risonanza un uguale effetto su tutte le uscite.

2) All'aumentare degli oscillatori il singolo contributo su una uscita scala in potenza come $1/N^2$. Volendo quindi dare una interpretazione intuitiva di questo effetto è come se il rumore si equipartisse su ciascuna uscita del VCO multifase

3) Nel calcolo del rumore complessivo occorre tenere in conto che aumentando il numero di oscillatori aumenta allo stesso modo il numero di sorgenti che generano rumore. In particolare se consideriamo un generico oscillatore multifase in cui i singoli blocchi che lo compongono sono tutti uguali (in cui quindi aumentando a N il numero di blocchi la potenza dissipata aumenta linearmente) avremo che il rumore in potenza su una uscita generica scala come $1/N$. Infatti avremo N sorgenti di rumore il cui contributo complessivo va come $1/N^2$ ($1/N=N$ contributi * $1/N^2$ rumore in uscita di ciascuna sorgente).

4) Aumentando il numero di oscillatori occorre però tenere in conto che i transistor di aggancio forniscono un eccesso di rumore (come definito nel capitolo 3) che diminuisce, in quanto, presentano una parte reale negativa che diminuisce (e che non fa rumore in eccesso) rispetto alla parte immaginaria.

L'espressione del rumore di tensione complessivo su di una uscita è ottenuto sommando tutti i contributi di rumore che

comprendono: le resistenze del tank, i transistor di rigenerazione e i transistor di aggancio .

$$\frac{\overline{vn^2}}{\Delta f} = 4KT\Gamma(Gl + Gmo + GmLock)N|Z|^2 \quad (\text{EQ 4.4})$$

con

$$Z = \frac{\omega_o R_{Tank}}{QN \left[1 + \frac{\omega_{Tank}^2}{\omega_o^2} \right]}$$

In questa trattazione è stata ricavata solamente l' espressione della densità spettrale di potenza di rumore di un oscillatore multifase e non del rumore di fase (qui di seguito viene riportata la sua espressione in cui si nota che al denominatore vi è la potenza di uscita). Occorre, per terminare l'analisi, ricavare la potenza di uscita della portante parametro che può essere ricavato attraverso un modello non lineare dell'oscillatore.

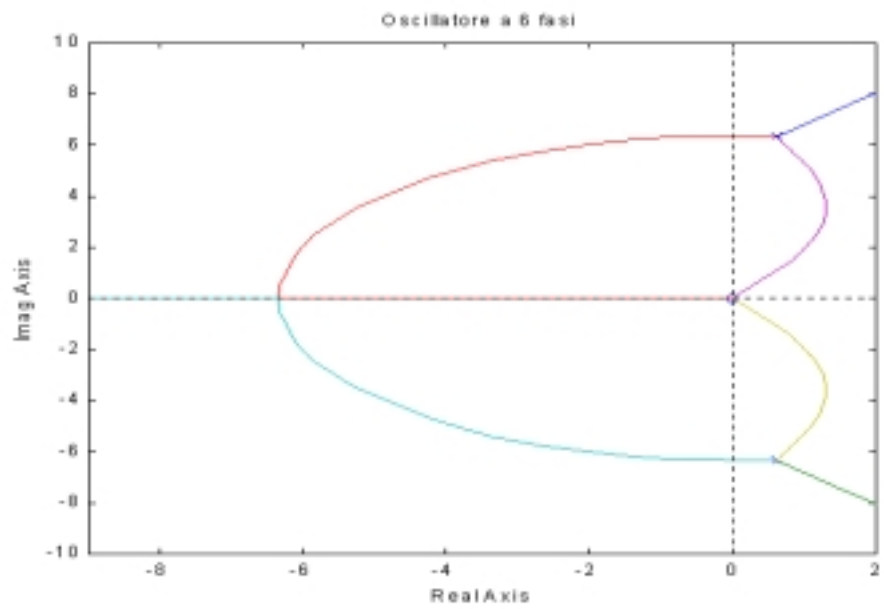
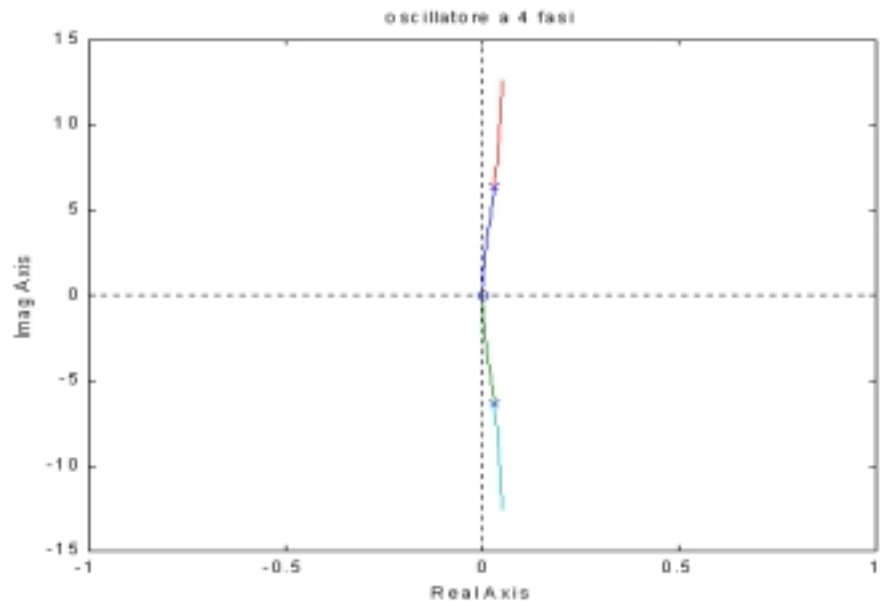
$$\zeta_{total}\{\Delta\omega_c\} = 10\log \left[\frac{P_{sideband}(\omega_o + \Delta\omega_c, 1Hz)}{P_{carrier}} \right]$$

Si rimanda al capitolo successivo in cui verrà ricavata l'espressione dell'ampiezza di oscillazione e verrà effettuato un confronto in termini di rumore di fase tra strutture di oscillatore multifase.

4.2 Analisi dei sistemi multifase attraverso il criterio del luogo delle radici

Abbiamo individuato nel far l'analisi lineare un guadagno d'anello del nostro sistema; in particolare avevamo supposto che i poli fossero puramente immaginari. Può comunque essere interessante analizzare la posizione dei poli del nostro sistema al variare del guadagno statico. Variando il guadagno statico si varia il Gloop, è quindi possibile studiare la posizione dei poli mediante il luogo delle radici. Tramite questa tecnica mostreremo la presenza di più coppie di poli complessi coniugati nel nostro sistema. A ciascuna di queste coppie corrisponde un modo di funzionamento e quindi questa analisi ci permette di confermare matematicamente le considerazioni basate solo sulle simmetrie circuitali fatte nel capitolo 3.

Qui di seguito sono illustrati i luoghi delle radici nel caso di oscillatore a 4, 6 e 8 fasi al variare del guadagno statico dei transistor di aggancio:



Il punto di partenza è rappresentato da una X che corrisponde alla posizione dei poli del Gloop, il punto di arrivo è invece dato da una O oppure è infinito ed è dato dagli zeri del Gloop.

Nel primo grafico (oscillatore a 4 fasi) si hanno 2 traiettorie di poli complessi coniugati: la prima traiettoria tende ad infinito ed è associata ad un aumento della frequenza, questa traiettoria rappresenta il modo induttivo, in quanto, come si era visto in precedenza, un aumento del Gm delle coppie di aggancio (e quindi del guadagno statico del Gloop), nel modo induttivo, corrisponde ad una diminuzione dell'induttanza equivalente e quindi ad un aumento della frequenza. L'altra traiettoria corrisponde al modo capacitivo infatti si nota che la frequenza diminuisce in corrispondenza ad un aumento della transconduttanza dei transistor di aggancio equivalente ad un aumento di capacità.

Il secondo e terzo grafico (oscillatore a 6 e 8 fasi) si interpretano analogamente: nell'oscillatore a 6 fasi sono presenti tre traiettorie una rappresenta il modo induttivo, una il modo capacitivo, la terza è il modo degenerare, che non si innesca in quanto la sua tendenza è di stare nel semipiano sinistro corrispondente ad una coppia di poli con parte reale negativa. Nell'oscillatore a 8 fasi si hanno quattro possibili traiettorie due delle quali non si verificano per lo stesso motivo illustrato nell'oscillatore a 6 fasi

Occorre far notare che in realtà gli oscillatori partono con i poli spostati nel semipiano destro (come illustrato nei grafici precedenti), sarà l'ampiezza di oscillazione che, una volta raggiunto un valore adeguato, renderà le non linearità del circuito dominanti spostando tali poli sull'asse immaginario. Questo modello essendo completamente lineare non è in grado di rappresentare questa caratteristica.

4.3 Analogie con il ring-oscillator

L'analisi che è stata precedentemente fatta per quanto riguarda la frequenza di lavoro e il rumore in una struttura di VCO agganciati si presta bene per dimostrare le analogie esistenti tra gli oscillatori multifase qui presentati e i ring-oscillator "digitali" inoltre tale confronto consente di validare l'analisi verificandola con un caso specifico. Un ring oscillator composto da N stadi può essere visto come un oscillatore multifase realizzato con N VCO in cui vengono tolti i transistor incrociati che producono la -R e in cui la L è stata tolta (questo corrisponde a far tendere L ad infinito). Nel modello lineare abbiamo visto come la resistenza di perdita e la -R dei transistor incrociati sia stata conglobata in un'unica resistenza, quindi, nel trasformare il nostro modello in un Ring-oscillator considereremo la resistenza di perdita del tank come la resistenza di carico di uno stadio del ring e faremo tendere l'induttanza del Tank a infi-

nito. Prendendo in considerazione un ring-oscillatore composto da 3 stadi, come già visto nel secondo capitolo, devono essere verificate le condizioni seguenti affinché oscilli:

$$GmR = 2; \quad \omega = \frac{\sqrt{3}}{RC} .$$

Se si considerano ora le formule trovate per l'oscillatore a 6 fasi e si fa tendere l'induttanza ad infinito si trova che la frequenza di lavoro è:

$$\omega(6fasi) = \frac{\sqrt{3}}{2C} gmlock$$

in accordo con le EQ 2.7

Inoltre per quanto riguarda il calcolo del rumore la funzione di trasferimento del rumore in corrente verso l'uscita vale

:

$$Z^2 = \frac{\omega_o^4}{9(\omega_o^2 C)^2 \Delta\omega^2} \Bigg|_{\omega_o = \frac{gml\sqrt{3}}{2C}} = \frac{4}{27gml} \left(\frac{\omega_o}{\Delta\omega} \right)^2$$

Questo risultato è identico a quello calcolato da Razavi in un ring-oscillator classico [6] e illustrato nel Capitolo 2

4.4 Risultati e limiti del modello

Questo modello benché permetta di stimare con buona accuratezza il rumore bianco, comunque ha dei limiti intrinseci con il fatto che è un modello lineare :

1) Non fornisce indicazioni su come poter innescare con un certo grado di sicurezza un modo piuttosto che l'altro ed in particolare non permette di vedere che la dipendenza del Q del tank dalla frequenza può favorire l'innescarsi di un modo piuttosto che l'altro (come visto nel capitolo 3).

2) Un problema, che tramite questo modello non può essere affrontato, è il considerare eventuali mismatch di processo che renderebbero il sistema non più simmetrico dando origine ad eventuali errori sulla fase dei segnali di uscita. Il problema di trovare una formulazione dell'errore di fase dato un mismatch non può essere risolto attraverso un modello lineare ma, come si vedrà nel capitolo successivo, trova soluzione considerando la vera natura dei transistor: Occorre quindi un modello più sofisticato.

3) Un altro svantaggio nell'usare un modello completamente lineare è dato dal fatto che non dà nessuna condizione limite sul locking degli oscillatori. Come visto nel capitolo 3, iniettando in un oscillatore una certa quantità di energia ad una frequenza prossima a quella libera, la sua frequenza di lavoro subisce un drift che è proporzionale alla quantità di energia iniettata; esiste un valore di soglia di energia che, superato il quale, l'oscillatore risulta essere agganciato con la sorgente presentando la stessa frequenza. Questo modello non consente di trovare il valore della "forza" (cioè la transconduttanza dei transistor di aggancio) che occorre dare agli oscillatori affinché vi sia il locking .

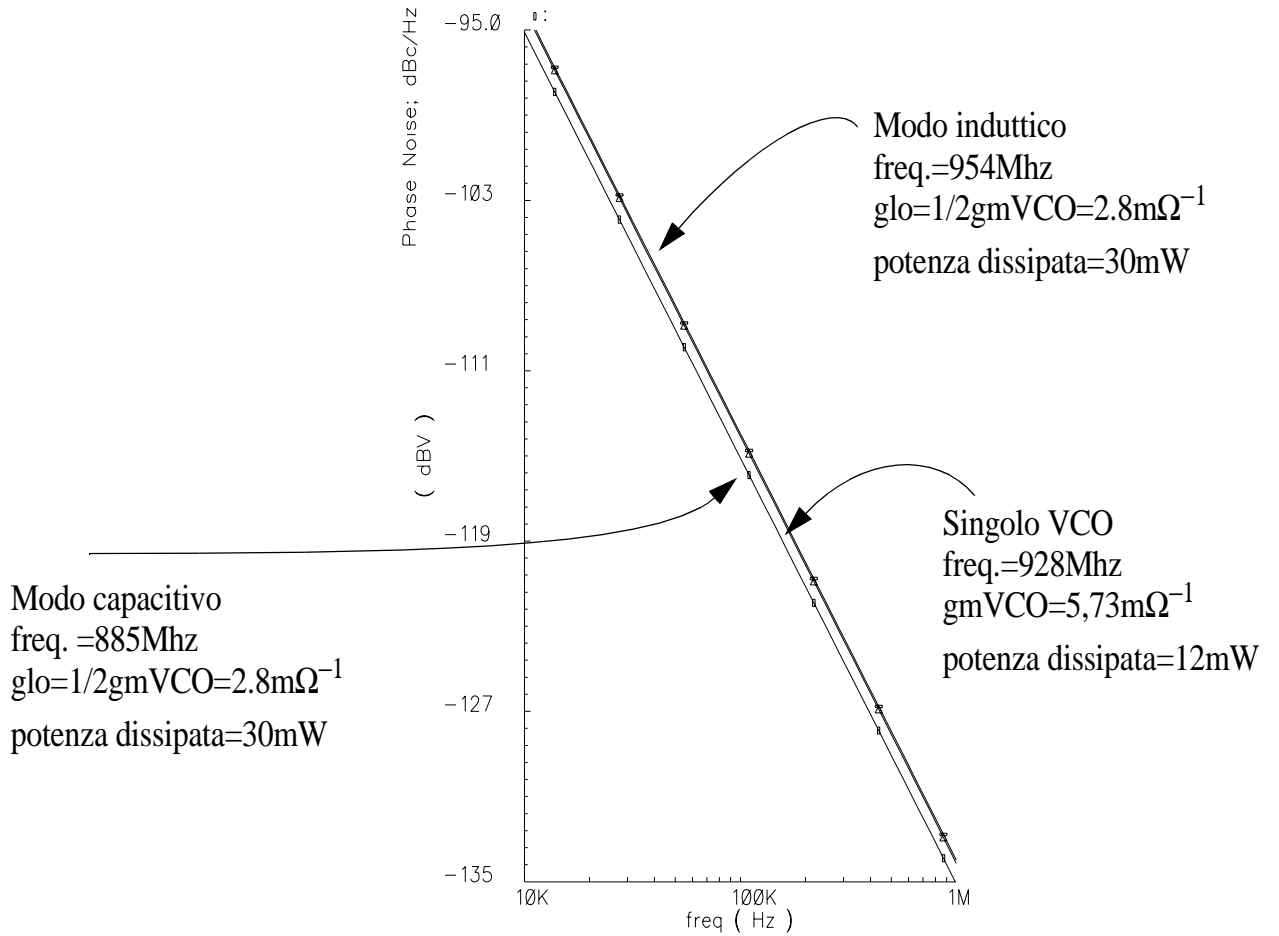
Segue ora un confronto tra tre simulazioni di rumore di fase (solo rumore bianco) fatte attraverso il simulatore SpectreRF in cui sono graficati i risultati di un singolo VCO e di un oscillatore a 4 fasi funzionante nel modo capacitivo e induttivo, in cui si sono usati gli stessi transistor di aggancio e gli stessi transistor che compongono il VCO (figura 4.5); il passaggio

tra un modo e l'altro è stato fatto spostando le perdite dell'induttanza del Tank da una posizione serie ad una posizione parallelo (quindi si è passati da un Q del tank che aumenta con la frequenza ad un Q indipendente).

Come ci aspettavamo dalle considerazioni fatte in questo capitolo, si vede che il modo capacitivo è migliore rispetto al modo induttivo, inoltre si nota che il singolo VCO ha la un phase-noise paragonabile a quello degli oscillatori agganciati in termini di rumore di fase: questo si spiega considerando il fatto che l'oscillatore agganciato a 4 fasi ha dei generatori di rumore in più rispetto all'oscillatore singolo dovuti ai transistor di aggancio

FIGURA 4.5

Confronto in termini di rumore di fase di 1 VCO con 2 VCO nel modo cap. e ind.



Analisi non lineare di un oscillatore a più fasi

Questo capitolo tratta l'analisi non lineare degli oscillatori multi-fase. Permettendo da un lato una verifica dei risultati precedenti ottenuti e dall'altro di generare una formulazione dell'errore di fase commesso a causa di un mismatch sul tank.

Questi risultati, assieme alla formulazione del rumore di fase, consente di ricavare il dimensionamento dell'oscillatore date le specifiche di progetto.

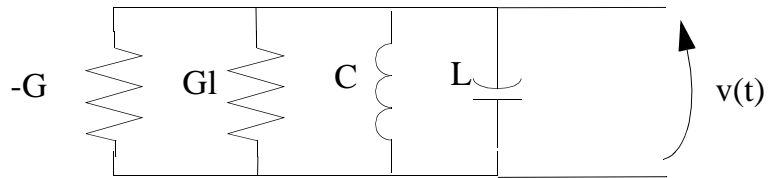
Inizieremo con il considerare un modello non lineare (Van der Pol) per un singolo oscillatore e quindi lo estenderemo al caso di N oscillatori agganciati.

5.1 Modello di Van Der Poll per singolo oscillatore

La figura 5.1 mostra il circuito equivalente di un oscillatore a resistenza negativa che consiste in un tank LC parallelo, una conduttanza di perdita G_l con in parallelo una conduttanza non lineare $-G$ che schematizza la coppia di transistor incrociati vista nel Capitolo 3 e 4. Quando $G > G_l$ il circuito diventa instabile e dà luogo a oscillazioni libere di tensione $v(t)$.

FIGURA 5.1

Modello equivalente di un oscillatore a resistenza negativa



Supponiamo di descrivere le non linearità di G tramite un sviluppo in serie rispetto alla tensione $v(t)$

$$= G_0[1 + \alpha v(t) + \beta v(t)^2 + \dots]$$

dove α, β sono costanti e, si noti, che G vale G_0 quando $v(t)=0$.

Si può supporre che i termini maggiori al termine quadratico dello sviluppo siano trascurabili, pertanto verrà considerata la conduttanza approssimata nel seguente modo:

$$G = G_0[1 + \alpha v(t) + \beta v(t)^2] \quad (\text{EQ 5.1})$$

E' possibile ora scrivere le equazioni non lineari che governano il circuito di figura 5.1 :

$$C \frac{d}{dt} v(t) + (Gl - G)v(t) + \frac{1}{L} \int v(t) dt = 0 \quad (\text{EQ 5.2})$$

Sostituendo l'espressione di G data nella EQ 5.1 e derivando rispetto al tempo si trova:

$$C \frac{d^2}{dt^2} v(t) + [Gl - G_0 - 2\alpha G_0 v(t) - 3\beta G_0 v(t)^2] \frac{d}{dt} v(t) + \frac{v(t)}{L} = 0 \quad (\text{EQ 5.3})$$

Questa è un'equazione differenziale omogenea e la sua soluzione rappresenta l'oscillazione in uscita del circuito. Il suo significato fisico può essere così riassunto: quando $v(t)$ è piccola i termini non lineari della conduttanza sono trascurabili, complessivamente si ha un comportamento lineare, se è anche verificata la condizione $G_0 > Gl$ il circuito si presenta con una parte reale complessivamente negativa risultando quindi instabile e sarà quindi in grado di dar luogo ad oscillazioni la cui ampiezza crescerà esponenzialmente. Quando l'ampiezza ha raggiunto un livello sufficiente, il termine $\beta v(t)^2$ avrà un valore più influente e negativo (β negativo), la conduttanza offerta dal dispositivo non lineare raggiungerà un valore uguale ma con segno opposto alla conduttanza di perdita, a questo punto le oscillazioni cesseranno di crescere e l'ampiezza si manterrà ad un livello stabile.

Si fa ora un'assunzione fondamentale: supponiamo che la soluzione $v(t)$ sia di tipo sinusoidale. Questa è un'ipotesi ben verificata in pratica quindi saranno le correnti all'interno del circuito che potranno avere degli andamenti diversi da quella sinusoidale ma comunque periodici. Per trovare il valore di regime dell'ampiezza non è necessario risolvere l'equazione 5.3 ma è sufficiente eseguire un bilancio tra energia dissipata dalle perdite ed energia erogata dalla conduttanza negativa:

$$\int_0^{T_0} Glv(t)^2 = \int_0^{T_0} Gv(t)^2$$

dove T_0 è il periodo di oscillazione. Se si suppone una soluzione sinusoidale del tipo: $v(t) = V_0(t)\cos\omega_0 t$. Risolvendo l'integrale precedente si trova:

$$V_0^2 = -\left(\frac{4}{3}\right)\left(\frac{G_0 - Gl}{\beta G_0}\right) \quad (\text{EQ 5.4})$$

L'ampiezza di oscillazione dipende solamente dal termine in β e non dal termine α .

Analogamente, per il calcolo della frequenza è sufficiente eseguire un bilancio della energia scambiata tra il condensatore e l'induttore:

$$\int_0^{T_0} Xl \cdot v(t)^2 = \int_0^{T_0} Xc \cdot v(t)^2$$

Risolvendo l'integrale si trova che la pulsazione angolare ω_0 è uguale alla frequenza di risonanza degli elementi reattivi presenti nel circuito, pari a:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

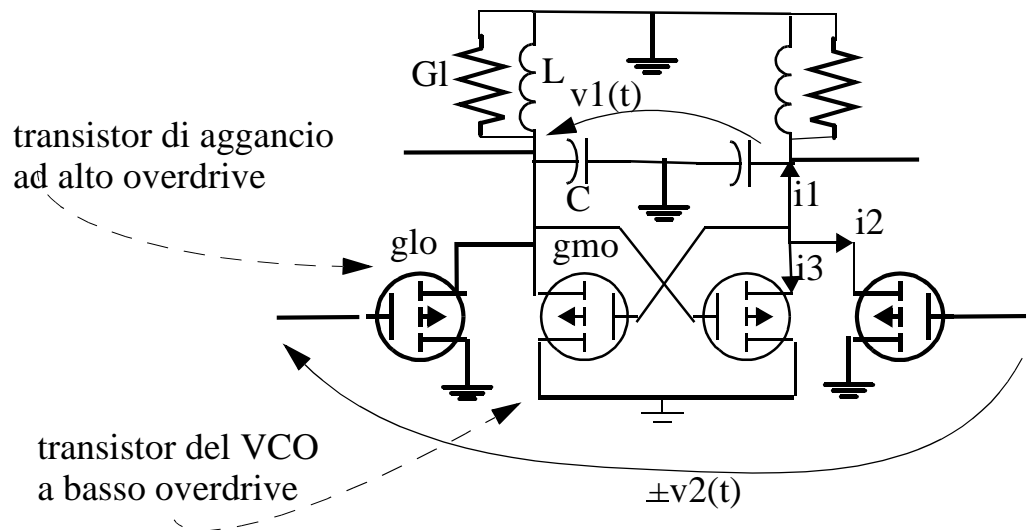
5.2 Ampliamento del modello non lineare al caso di N oscillatori agganciati

Verrà ora affrontato il problema della generalizzazione del modello precedente al caso di più oscillatori accoppiati: questo deve essere modificato considerando l'aggiunta di una ulteriore coppia di transistor che forniscono l'aggancio.

Si è fatta l'ipotesi semplificativa che gli overdrive dei transistor di aggancio siano maggiori rispetto a quelli dei transistor del VCO. Questo implica che a parità di sbilanciamento di tensione delle coppie differenziali i transistor delle coppie di aggancio lavorano in zone più lineari, in quanto la loro caratteristica risulta più rettilinea per un intervallo di valori delle tensioni di ingresso più ampia. Quindi i transistor di aggancio saranno caratterizzati dalla sola transconduttanza G_{lo} .

FIGURA 5.2

Schema circuitale di una della dell'oscillatore multifase



Si esegue un'analisi simile a quella effettuata per il modello di Van Der Pol con l'aggiunta del contributo dato dai transistor di aggancio. Si ottiene quindi per ciascun blocco della catena una equazione simile alla EQ 5.2 :

$$C \frac{d}{dt} v_1(t) + (g_l - g_{mo} - \beta \cdot g_{mo} \cdot v_1(t)^2) v_1(t) + \int \frac{v_1(t)}{L} dt \pm g_{lo} \cdot v_2(t) = \text{(EQ 5.5)}$$

in cui ' g_l ' rappresenta la conduttanza di carico, ' g_{mo} ' e ' β ' il termine lineare e quadratico della transconduttanza del transistor del VCO, ' g_{lo} ' la transconduttanza del transistor di aggancio assunta lineare, ' $v_1(t)$ ' e ' $v_2(t)$ ' sono rispettiva-

Il primo set di equazioni, per l'analogia con l'equazione dell'oscillatore singolo, descrive un bilancio di potenze reattive mentre il secondo set descrive un bilancio di potenze attive.

Come si può notare tali equazioni sono una generalizzazione delle equazioni ricavate da Van Der Pol, e in particolare sfruttando la simmetria dal' EQ 5.6 si può ricavare la frequenza di lavoro:

$$\omega_0 = \frac{g l \sin(\Delta\phi)}{2C} + \sqrt{\omega T a n k^2 + \left(\frac{g l \sin(\Delta\phi)}{2C}\right)^2} \quad (\text{EQ 5.8})$$

Come si può notare tale espressione conferma quelle ricavate nei capitoli precedenti tramite gli altri modelli.

Dalla EQ invece si ricava la tensione di regime:

$$V^2 = \frac{4}{3} \left(\frac{g l - g m o + g l o \cos(\Delta\phi)}{\beta g m o} \right) \quad (\text{EQ 5.9})$$

Questa equazione contiene al numeratore la condizione di start-up generalizzata, infatti affinché tale equazione abbia senso occorre che il numeratore sia negativo (il β del denominatore è negativo) quindi deve essere soddisfatta la condizione:

$$g l - g m o + g l o \cos(\Delta\phi) < 0$$

Si noti che imponendo g_0 uguale a zero si ottiene la condizione di start-up del singolo oscillatore in cui la transconduttanza del VCO compensa le perdite del carico; nel caso generale di più oscillatori agganciati si ha che le perdite sono compensate della transconduttanza del VCO e da una parte della transconduttanza dei transistor di aggancio come già visto in precedenza nel capitolo 3.

5.2.1 Calcolo dell'errore di fase dato un mismatch sulla capacità del tank

Occorre ora trovare la formulazione dell'errore di fase commesso in presenza di mismatch. Ci si restringe al caso di un mismatch presente sul tank di un solo oscillatore e in particolare lo consideriamo sulla sua capacità. Si fa l'ipotesi che un generico mismatch su un elemento del tank può essere assimilato ad un mismatch capacitivo. Per considerare combinazioni casuali di mismatch si suppone che l'effetto di ciascun mismatch si sommi quadraticamente con l'effetto degli altri. Siccome i due set di equazioni: EQ 5.6 e EQ 5.7 non sono risolvibili in presenza di mismatch si procede attraverso un'analisi perturbazionale. Dati due set di equazioni non lineari che caratterizzano ciascun oscillatore si esegue una linearizzazione di tali equazioni intorno al punto operativo che abbiamo calcolato in precedenza. Ricaviamo quindi un sistema lineare che potrà quindi essere espresso in forma matriciale. Nel fare questo calcolo supporremo comunque che gli oscillatori rimangono agganciati e lavorino alla stessa frequenza. Chiamiamo per comodità \bar{f} il sistema di equazioni EQ 5.6 e \bar{g} il sistema di equazioni EQ 5.7. Ovviamente \bar{f} e \bar{g} sono funzioni di \bar{V}, ω, C, L e $\bar{\Phi}$ dove \bar{V} e $\bar{\Phi}$ sono dei vettori di N elementi contenenti rispettivamente le tensioni e le fasi di ciascun oscillatore:

$$\bar{V} = (v_1, \dots, v_n) \qquad \bar{\Phi} = (\Phi_1, \dots, \Phi_N)$$

Si approssima la funzione in un intorno del punto di lavoro calcolandone il gradiente ed il valore nel punto operativo

$$\dot{f}(\bar{v}, \bar{\omega}, \bar{\phi}, c) \approx \dot{f}(\bar{v}_0, \bar{\omega}_0, \bar{\phi}_0, \bar{C}_0) + \nabla \dot{f}|_{k_0} d\bar{k}$$

$$\bar{g}(\bar{v}, \bar{\phi}) \approx \bar{g}(\bar{v}_0, \bar{\phi}_0) + \nabla \bar{g}|_{k_0} d\bar{k}$$

in cui il vettore degli spostamenti infinitesimi attorno al punto di lavoro è $d\bar{k} = d\bar{v}, d\bar{\omega}, d\Delta\bar{\phi}, d\bar{C}$ e k_0 è il punto operativo. In particolare di questi spostamenti infinitesimi $d\bar{v}, d\bar{\omega}, d\Delta\bar{\phi}$ saranno le nostre incognite, mentre $d\bar{C}$ è un vettore che contiene gli errori di mismatch sulla capacità del tank che nel caso da noi risolto è un vettore di tutti zeri tranne il primo elemento (si è assunto un mismatch solo su un oscillatore).

Il sistema è stato semplificato attraverso sostituzioni matematiche: è stato sostituito il β ricavato dalla EQ 5.9 , si è espresso il sistema in funzione della frequenza di lavoro EQ 5.8 eliminando quella del tank e si è introdotto un parametro definito 'sn' che tenesse in conto il grado di sovracompensazione del sistema. In particolare il parametro sn che viene chiamato start-up viene così definito:

$$sn = \frac{g_{m0} - g_l - g_l \cos(\Delta\phi)}{g_l} \quad (\text{EQ 5.10})$$

da questa definizione si può notare che annullando il termine con il coseno ovvero facendo tendere la transconduttanza dei transistor di aggancio a zero e quindi, riportandoci nel caso di oscillatore singolo, si ottiene la condizione:

$$s1 = \frac{g_{m0} - g_l}{g_l} \quad (\text{EQ 5.11})$$

in cui, ricordando come già spiegato nel capitolo 2 che per avere la sicurezza che l'oscillatore si inneschi in ogni

momento si sceglie $g_m/g_l=2$, si ha che la condizione di start-up deve valere uno. Alla luce di queste considerazioni si è assunto di utilizzare nei dimensionamenti dell'oscillatore accoppiato una condizione di start-up pari a uno come nel caso dell'oscillatore singolo: questo corrisponde ad avere lo stesso grado di sovracompensazione nei due oscillatori e quindi le stesse condizioni iniziali.

Il sistema di equazioni lineare è reso risolvibile aggiungendo una condizione sulla somma totale delle differenze delle fasi tra le uscite degli oscillatori. Tale condizione nasce dal fatto che deve essere rispettata la condizione sulla chiusura dell'anello dei transistor di aggancio pertanto la somma totale degli errori di fase deve essere nulla. Otteniamo quindi un sistema di $2N+1$ equazioni nelle $2N+1$ incognite \bar{V} , $\bar{d\Phi}$, e $d\omega$. La soluzione del sistema in $d\phi_1, d\phi_2, d\phi_3, \dots$ rappresenta l'errore di fase tra un oscillatore e l'altro. La necessità di confrontare tra di loro le varie topologie di oscillatori ha portato alla richiesta di una formulazione compatta che esprima l'errore di fase commesso tramite un solo parametro. È stato scelto come figura di merito dell'errore di fase la somma quadratica media dei singoli errori di fase su ciascuna uscita degli oscillatori. L'errore quadratico medio degli errori di fase vale:

nel caso di oscillatore a 4 fasi

$$\sqrt{\frac{\sum (d\Delta\phi_2)^2}{2}} = \frac{dC_o \cdot g_l \cdot s_2 \cdot \omega_o}{2g_l o^2} \quad (\text{EQ 5.12})$$

nel caso di oscillatore a 8 fasi

$$\sqrt{\frac{\sum (d\Delta\phi_2)^2}{4}} = \frac{dC_o \cdot g_l \cdot s_4 \cdot \omega_o}{2g_l o^2} \cdot f(s_4, g_l, g_l o) \quad (\text{EQ 5.13})$$

In cui l'equazione dell'oscillatore a 8 fasi differisce da quello a 4 fasi per una funzione $f(sn, gl, glo)$ di tipo polinomiale. Nelle espressioni EQ 5.12 e EQ 5.13 compaiono la condizione di start-up sn , il mismatch della capacità del tank dCo e la frequenza di lavoro ωo . Le espressioni precedenti sono state poi espresse in funzione dell'eccesso di rumore, questo per poter avere una formula compatta che racchiudesse contemporaneamente le prestazioni di rumore e la condizione di start-up (EQ. 3.5 , EQ 3.10). L'eccesso di rumore k (già definito nel capitolo 3) viene normalizzato al rumore della resistenza di perdita del tank:

$$k = \frac{gl}{glo(1 + \cos\Delta\phi)}$$

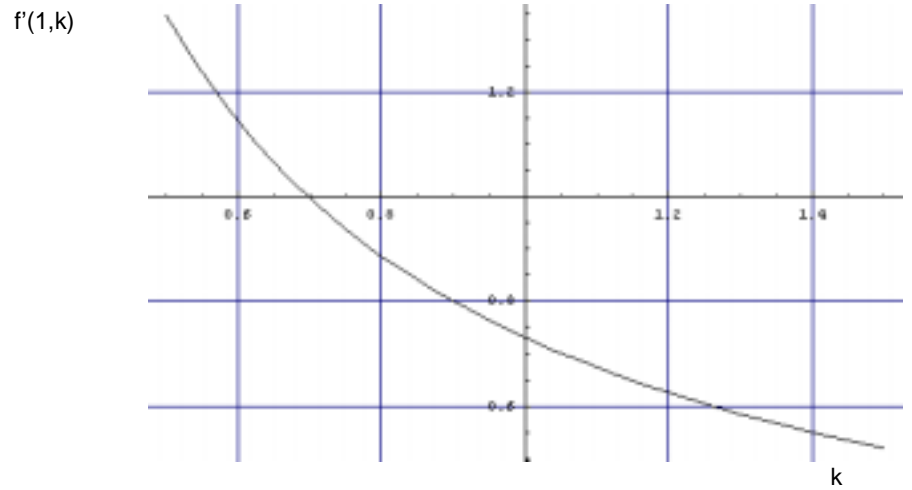
Le formule precedenti diventano:

$$Eqm4 = \frac{\Delta Co \cdot k \cdot s \cdot \omega o}{2 glo}$$
$$Eqm8 = \frac{\Delta Co \cdot k \cdot sn \cdot \omega o}{2 glo} f'(sn, k)$$

La funzione $f'(sn,k)$ è qui di seguito graficata:

FIGURA 5.3

grafico della funzione $f'(s,gl,gl_0,k)$ in funzione di k



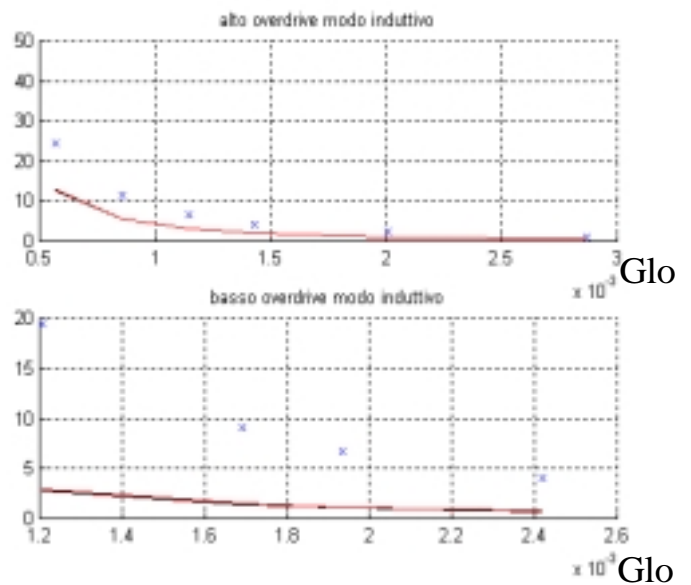
Per verificare la validità di queste formule si è fatto un confronto tra il modello matematico appena ottenuto e le simulazioni attraverso SpectreRF; si è scelto inoltre di evidenziare le differenze tra un alto ed un basso overdrive dei transistor di aggancio.

Errore di fase nel caso di 2 oscillatori accoppiati: modo induttivo

Confronto di due diversi overdrive dei transistor di aggancio con un mismatch di 1% su C_{tank}

V_{ov}=753mV
 G_mVCO=5.735mΩ⁻¹
 G_{lo}=1.13mΩ⁻¹
 freq.=928Mhz->991Mhz

V_{ov}=481mV
 G_mVCO=5.735mΩ⁻¹
 G_{lo}=2.41mΩ⁻¹> 4.84mΩ⁻¹
 freq.=932Mhz-> 954Mhz



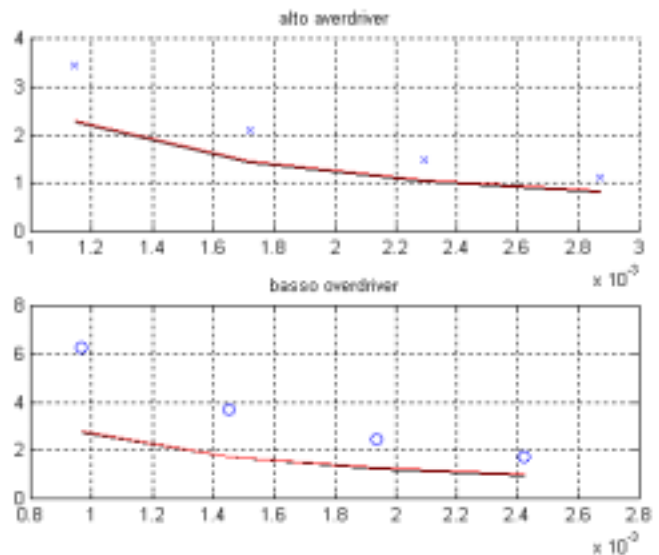
L'alto overdrive consente al transistor di aggancio di lavorare in zone più lineari, meglio rappresentabili dal modello. E' quindi normale che tanto più grande è l'overdrive dei transistor di aggancio tanto più il modello si avvicinerà alle simulazioni

Errore di fase nel caso di oscillatore a 8 fasi

Confronto a 2 overdrive diversi dei transistor di aggancio con un mismatch di 1% su C_{tank}

V_{ov}=758mV
 G_{lo}=5.735mΩ⁻¹ -> 2.288mΩ⁻¹
 G_mVCO=1.81mΩ⁻¹-> 4.247mΩ⁻¹
 Freq.=988.48Mhz->949.47Mhz

V_{ov}=480mV
 G_{lo}=4.84mΩ⁻¹ -> 1.93mΩ⁻¹
 G_mVCO=2.442mΩ⁻¹->4.498mΩ⁻¹
 Freq.=967.6Mhz->940Mhz



La variazione di G_{lo} è accompagnata da una variazione di G_m in modo da mantenere costante la condizione di start-up, questa operazione è necessaria in quanto le simulazione devono essere fatte a parità di -R per mantenere lo stesso grado di reattività .

5.3 Analisi di rumore bianco

Alla luce dell'analisi appena compiuta è possibile valutare quale è l'ampiezza di lavoro (e quindi la potenza) di ogni singolo oscillatore; è pertanto possibile valutare il rumore di fase generato da una struttura di oscillatori agganciati. Infatti nella formulazione del rumore di fase tale parametro compare esplicitamente:

$$PN = 10\log\left(\frac{P_{\text{rumore}}(\omega_0 + \Delta\omega, 1\text{Hz})}{P_{\text{portante}}}\right)$$

in cui nel caso particolare di oscillatore multifase il numeratore (cioè la densità spettrale di potenza ad un offset $\Delta\omega$ dalla portante) è direttamente legato alle transconduttanze degli elementi attivi, alla conduttanza di perdita del tank ed al numero di oscillatori che sono collegati. Come già visto nel capitolo 4 si ha:

(EQ 5.14)

$$\frac{\overline{vn^2}}{\Delta f} = 4KT\Gamma(Gl + G_{mo} + G_{mlock})N|Z|^2, Z = \frac{\omega_0 RT_{\text{tank}}}{QN\left[1 + \frac{\omega T_{\text{tank}}^2}{\omega_0^2}\right]}$$

La variazione del rumore di fase nel passare da una configurazione da N_x oscillatori ad una da N_y è facilmente ricavabile sfruttando le proprietà dei logaritmi ed eliminando le costanti comuni, tale differenza vale:

(EQ 5.15)

$$\Delta PN = PN(N_x) - PN(N_y) = 10\log\left(\frac{\frac{g_{mx} + g_{lox} + gl}{g_{my} + g_{loy} + gl}\left(\frac{N_x}{N_y}\right)}{\left(\frac{P_{\text{portante}}(N_y)}{P_{\text{portante}}(N_x)}\right)}\right)$$

In cui al numeratore della frazione principale compare il rapporto della somma delle conduttanze che compongono ciascuna cella, mentre al denominatore vi è il rapporto tra le potenze dei segnali presenti in uscita dagli oscillatori stessi

La potenza della portante può essere espressa in funzione dell'ampiezza di oscillazione e della condizione di start-up (equ 5.9 ,equ 5.10):

$$P_{carrier} \cong V^2 = \frac{4}{3} \left(\frac{gl - gmo + glo \cos(\Delta\phi)}{\beta gmo} \right) = \frac{4}{3} \frac{s}{\beta gmo}$$

L'equazione 5.15 si semplifica in questo modo:

$$\Delta PN = 10 \log \left(\frac{\left(\frac{gmox + glox + gl}{gmoy + gloy + gl} \right) \left(\frac{Nx}{Ny} \right)}{\left(\frac{gmox}{gmoy} \right)} \right)$$

in cui è stata posta la condizione di start-up uguale ad uno. Qui di seguito la conduttanza di perdita viene eliminata sostituendovi l'espressione seguente ricavata dalla condizione di start-up stessa:

$$gl = \frac{gmo - glo \cos(\Delta\Phi)}{2}$$

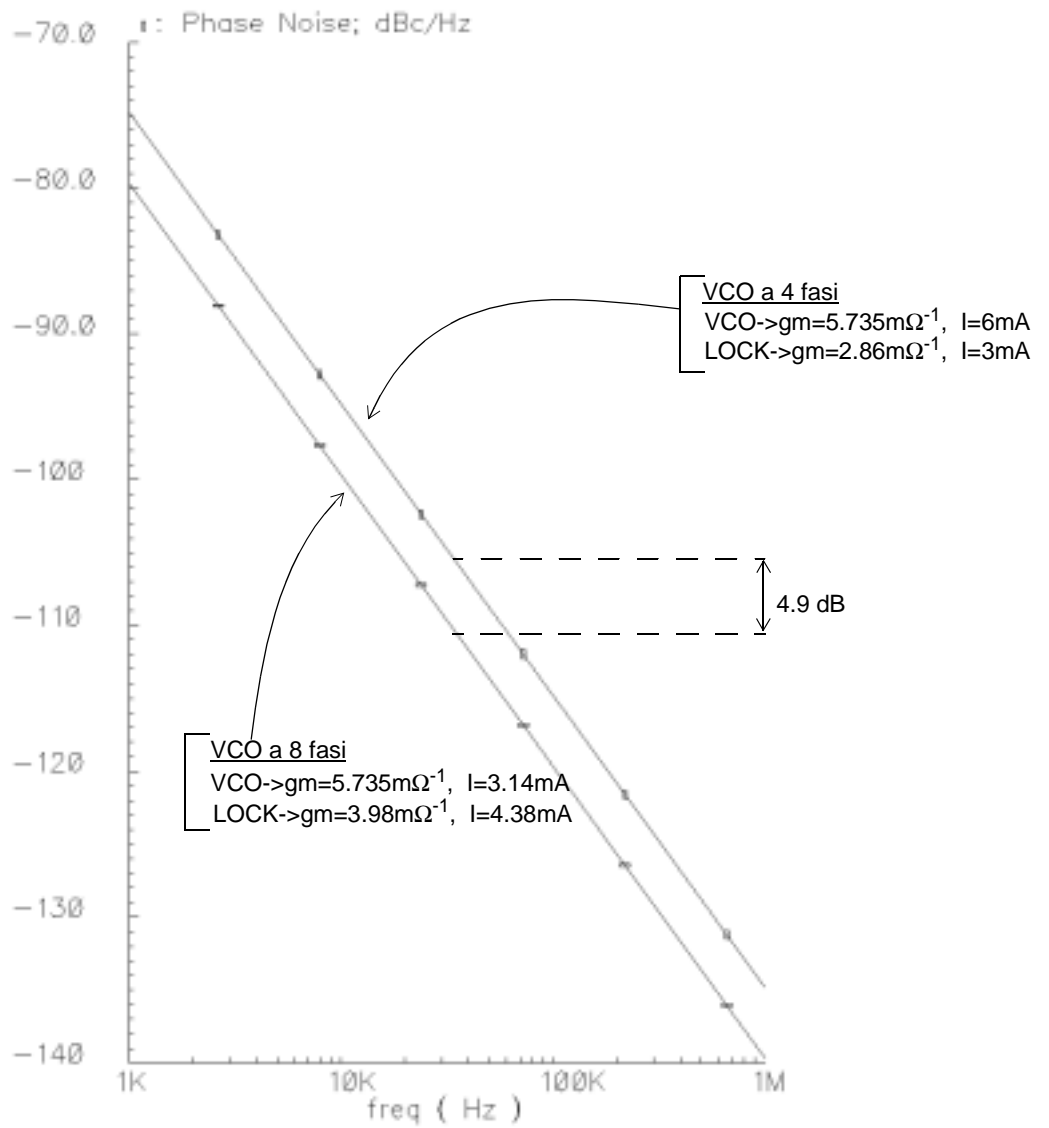
(EQ 5.16)

$$\Delta PN = 10 \log \left(\frac{\left(\frac{\frac{3}{2} gmox + glox \left(1 - \frac{\cos \Delta\Phi x}{2} \right)}{gmox} \right) \left(\frac{Nx}{Ny} \right)}{\left(\frac{\frac{3}{2} gmoy + gloy \left(1 - \frac{\cos \Delta\phi y}{2} \right)}{gmoy} \right)} \right)$$

Nella figura 5.4 è mostrato il confronto di un'analisi di rumore di fase in termini di rumore bianco tra un oscillatore a 4 fasi ed uno a 8 fasi. Il confronto è stato eseguito a parità di condizione di start-up e di overdrive dei transistor, questo per poter eseguire un confronto di due sistemi con le stesse caratteristiche operative. Nel caso particolare dei questo esempio, la variazione di rumore di fase nel passare da un VCO a 4 fasi ad uno a 8 fasi, è di circa 4.9dB; sostituendo i dati nell' EQ 5.9 risulta che il miglioramento è di circa 5.27dB. Il valore da noi trovato è ritenuto accettabile: considerando infatti che in realtà il circuito presenta non linearità anche sui transistor di aggancio e che il rumore di canale può subire una modulazione dovuta alla grossa variazione di overdrive dei transistor.

FIGURA 5.4

rumore di fase in un VCO a 4 e 8 fasi



In questo capitolo viene trattato un esempio di dimensionamento di un VCO a 8 fasi: sono state definite delle specifiche, ed è stato fatto un dimensionamento dell'oscillatore attraverso le formule trovate nel corso di questo lavoro, infine le performance dell'oscillatore sono state verificate attraverso l'uso del simulatore SpectreRF.

Nei precedenti capitoli si sono ricavate delle relazioni che permettono di caratterizzare gli oscillatori a più fasi, tale caratterizzazione viene fatta in termini di errore di fase, di rumore generato in uscita, di frequenza di oscillazione e di condizione di start-up. Si sono assunte come specifiche di progetto i seguenti dati:

I) la frequenza di lavoro pari a 900Mhz

II) la media quadratica degli errori di fase pari a 0.34° .

Il dimensionamento che permette di ottenere il circuito dell'oscillatore a 8 fasi che funzioni nel modo induttivo è stato così realizzato:

1) E' data la frequenza di lavoro e l'induttanza da impiegarsi (in quanto la tecnologia dispone di valori finiti di induttanza), si ricava la resistenza di perdita vista in parallelo al tank. Tale resistenza è calcolata sfruttando le formule già usate nei capitoli precedenti:

$$RTank = (1 + Q^2)R_s$$

$$Q = \frac{\omega L}{R_s}$$

Assumendo che l'induttanza abbia un valore di 7.4nH con una resistenza serie di 5.8Ω si trova un Q di 7.2 ad una frequenza di 900MHz, quindi la resistenza parallelo vale 306Ω

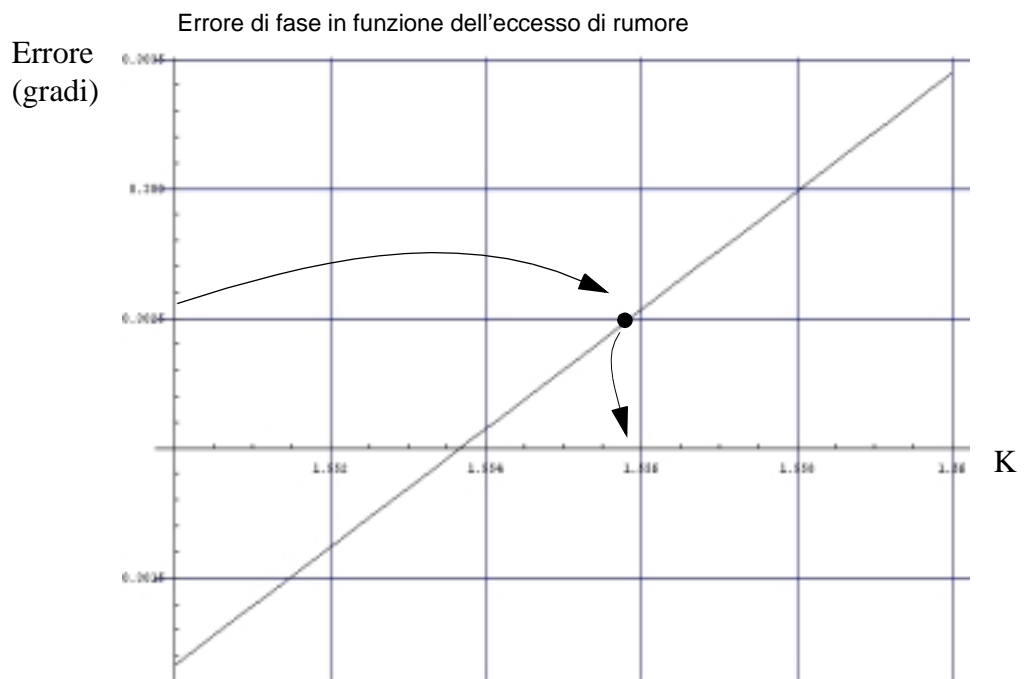
2) Si è assunto un margine di sicurezza sull'errore di fase dimensionando il circuito affinché presenti una media quadratica degli errori di fase pari a 0.3° .

Si considera l'equazione che fornisce l'errore quadratico medio in funzione dell'eccesso di rumore K e se ne grafica l'andamento:

$$Eqm8 = \frac{\Delta C_o \cdot k \cdot \omega_o}{2glo} f'(1, K)$$

l'espressione completa è visibile nell'appendice .

FIGURA 6.1



3) Dato l'errore richiesto si ottiene graficamente il K cioè l'eccesso di rumore, che è necessario avere per ottenere tale errore, dal grafico 6.1 si ricava un valore di K pari a 1.555; dalla definizione di K è possibile trovare il valore di transconduttanza che occorre imporre ai transistor di aggancio per avere l'errore di fase richiesto:

$$glo = \frac{gl}{K(1 + \cos(\Delta\phi))}$$

Si trova che la transconduttanza dei transistor di aggancio deve valere $7.15\text{m}\Omega^{-1}$

4) Dalla condizione di start-up (EQ. 5.10 capitolo 5) è possibile trovare la transconduttanza che occorre assegnare ai transistor che compongono il VCO:

$$g_{mo} = s \cdot g_l + g_l + g_l \cos(\Delta\phi)$$

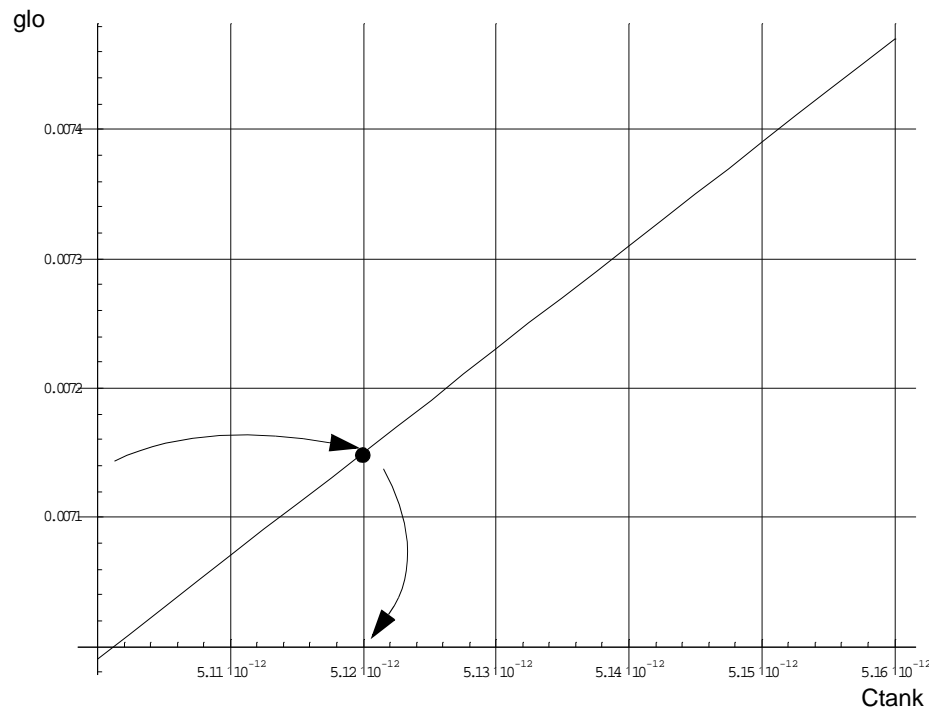
la transconduttanza dei transistor del VCO deve valere $1.5\text{m}\Omega^{-1}$. La corrente che ogni singolo oscillatore deve dissipare è ottenuta tramite le considerazioni fatte in[5] già viste nel capitolo 2.

Resta da calcolare il valore della capacità del tank: tale capacità è determinata dalla frequenza di lavoro e dai transistor di aggancio, come ormai noto, tali transistor contribuiscono ad una traslazione della frequenza di lavoro.

5) Si consideri l'espressione che fornisce la frequenza di lavoro di un VCO a 8 fasi (Equazione 5.8 capitolo 5), se ne ricavi la dipendenza della transconduttanza dei transistor di aggancio dalla capacità del tank, sostituendo il valore della frequenza di lavoro si ottiene il grafico 6.2:

FIGURA 6.2

Transconduttanza dei transistor di aggancio in funzione della capacità del tank

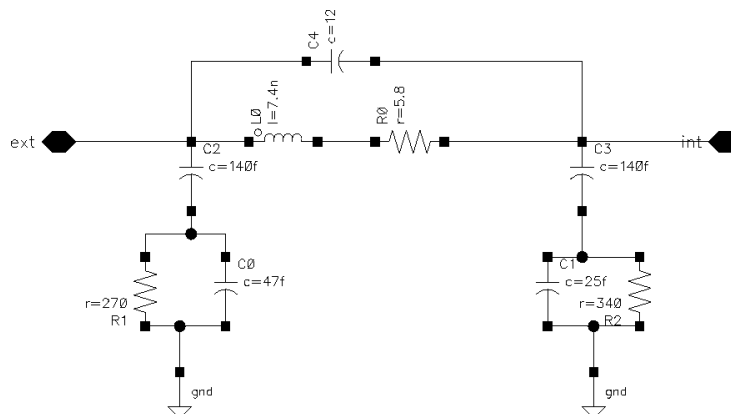


Da cui si trova un valore di capacità pari a 5.12pF. A questo punto si è a conoscenza di tutto il necessario per realizzare l'oscillatore.

Si è considerato il modello reale dell'induttore integrato caratterizzato dalle capacità verso il substrato: figura 6.3

FIGURA 6.3

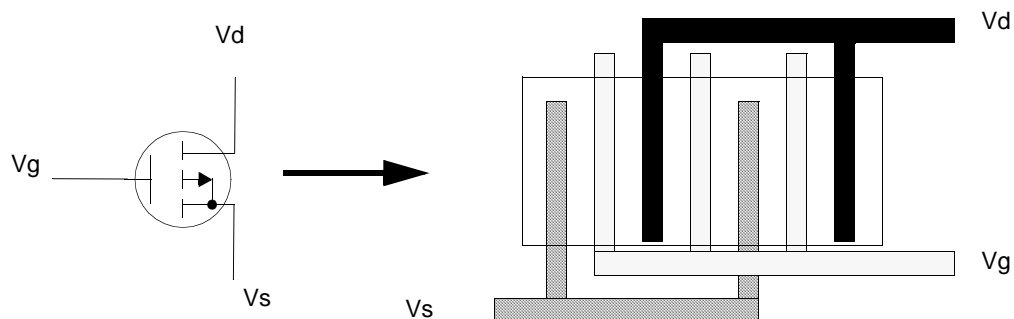
Modello di induttore integrato usato nella realizzazione



Le coppie di transistor negli oscillatori sono state realizzate attraverso una soluzione a minima capacità parassita: questo procedimento consiste nel ripiegare i transistor in modo da avere una struttura interdigitata, figura 6.4.

FIGURA 6.4

Ripiegamento di un transistor in 3 parti



Consideriamo il ripiegamento in due parti. I valori delle dimensioni sono indicati in figura 6.5:

Senza ripiegamento si ottengono i seguenti valori di area e perimetro delle diffusioni:

$$A_D = l_2 W, \quad P_D = 2l_2 + W$$

$$A_S = l_2 W, \quad P_S = 2l_2 + W$$

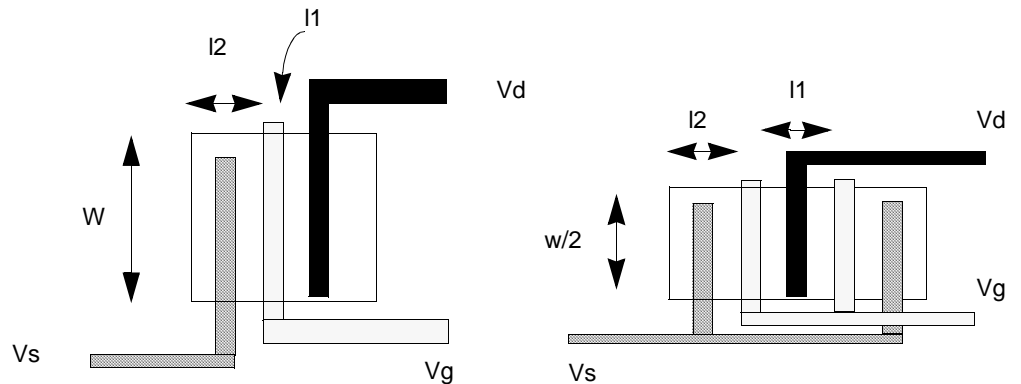
ripiegando in due parti invece si ha:

$$A_D = l_1 W, \quad P_D = 2l_1$$

$$A_S = 2l_2 \frac{W}{2}, \quad P_S = 2\left(2l_1 + \frac{W}{2}\right)$$

Siccome la capacità della giunzione drain-substrato è proporzionale all'area e al perimetro di drain, una loro riduzione comporta una riduzione della capacità stessa. Se si fosse scelto il ripiegamento opposto si sarebbe minimizzata l'area di source e quindi la relativa capacità.

FIGURA 6.5



Le simulazioni hanno portato ad avere i seguenti risultati:

La frequenza di lavoro risulta essere di 852.2 MHz rispetto ai 900MHz aspettati, questa discrepanza può essere attribuita agli effetti parassiti non considerati: si veda ad esempio le capacità dell'induttanza verso il substrato. Tale differenza può essere efficacemente compensata attraverso il tuning del VCO.

L'errore quadratico medio che si è ottenuto è di 0.34° . Tale valore è il valore richiesto dalle specifiche di progetto.

Gli schemi circuitali dell'oscillatore realizzato sono qui di seguito illustrati:

FIGURA 6.6

VCO a 8 fasi

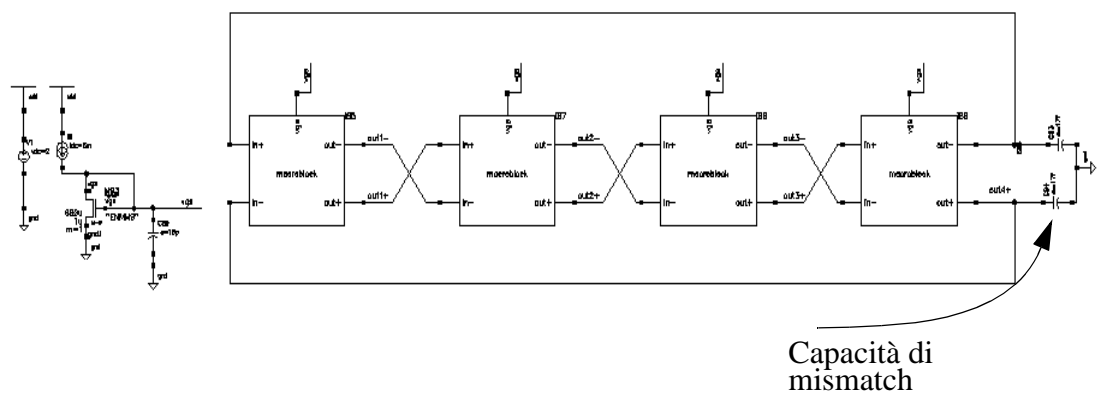


FIGURA 6.7

cella singola del VCO a 8 fasi

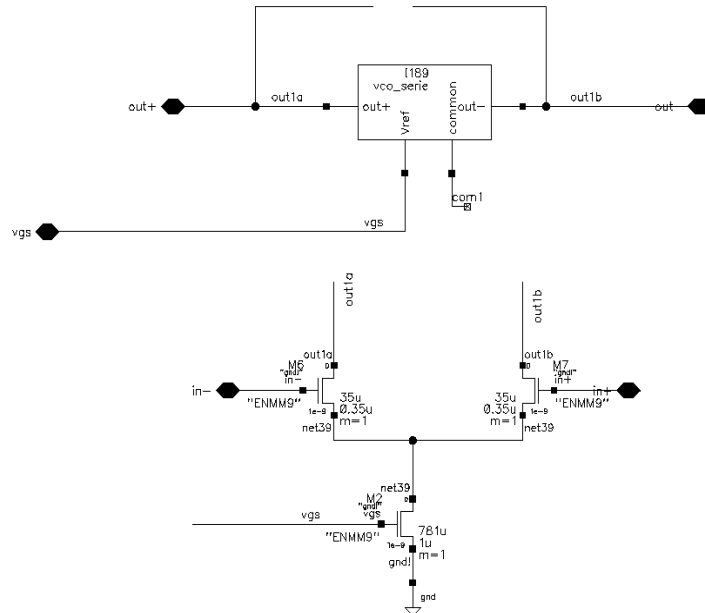


FIGURA 6.8

VCO impiegato nella realizzazione

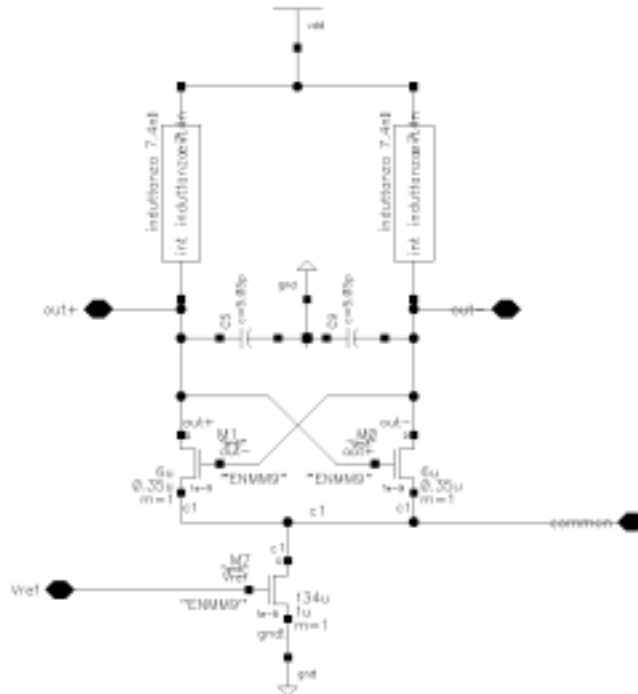


FIGURA 6.9

Tensioni di uscita single-ended sulle 4 uscite dei VCO

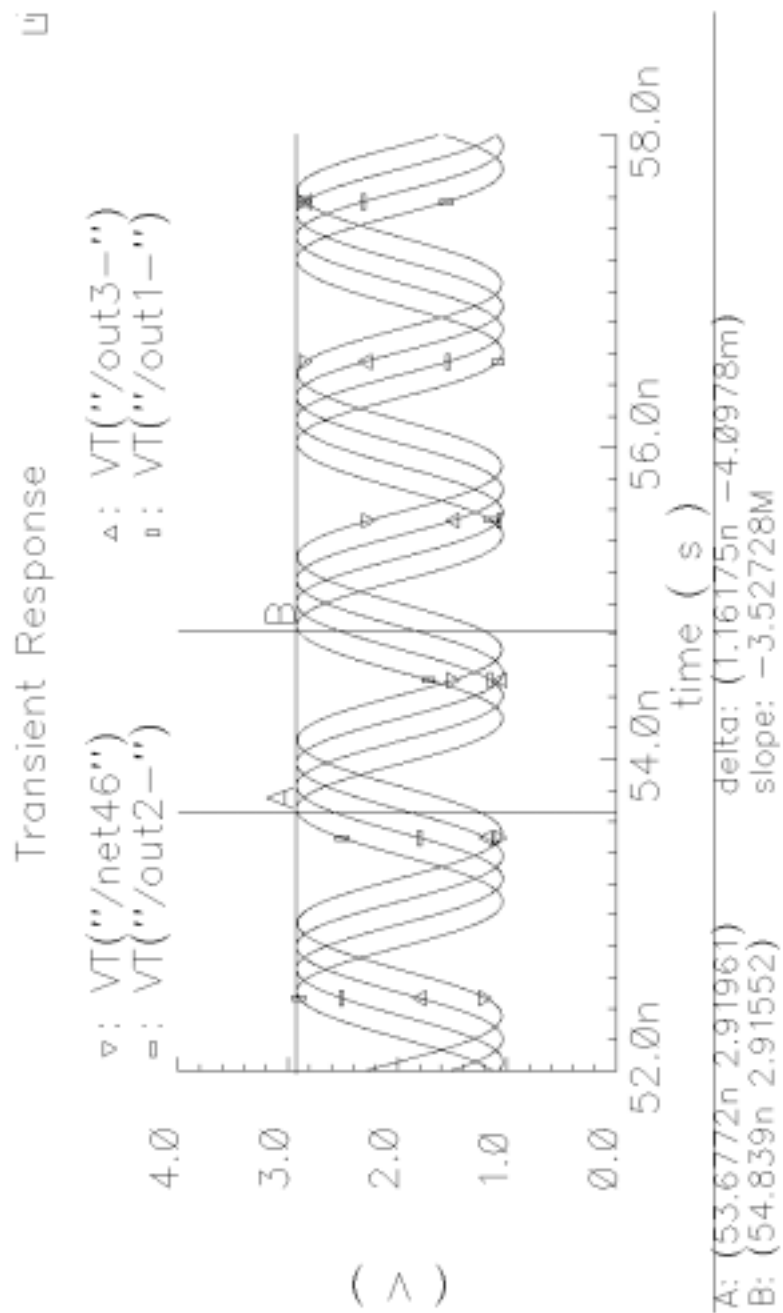
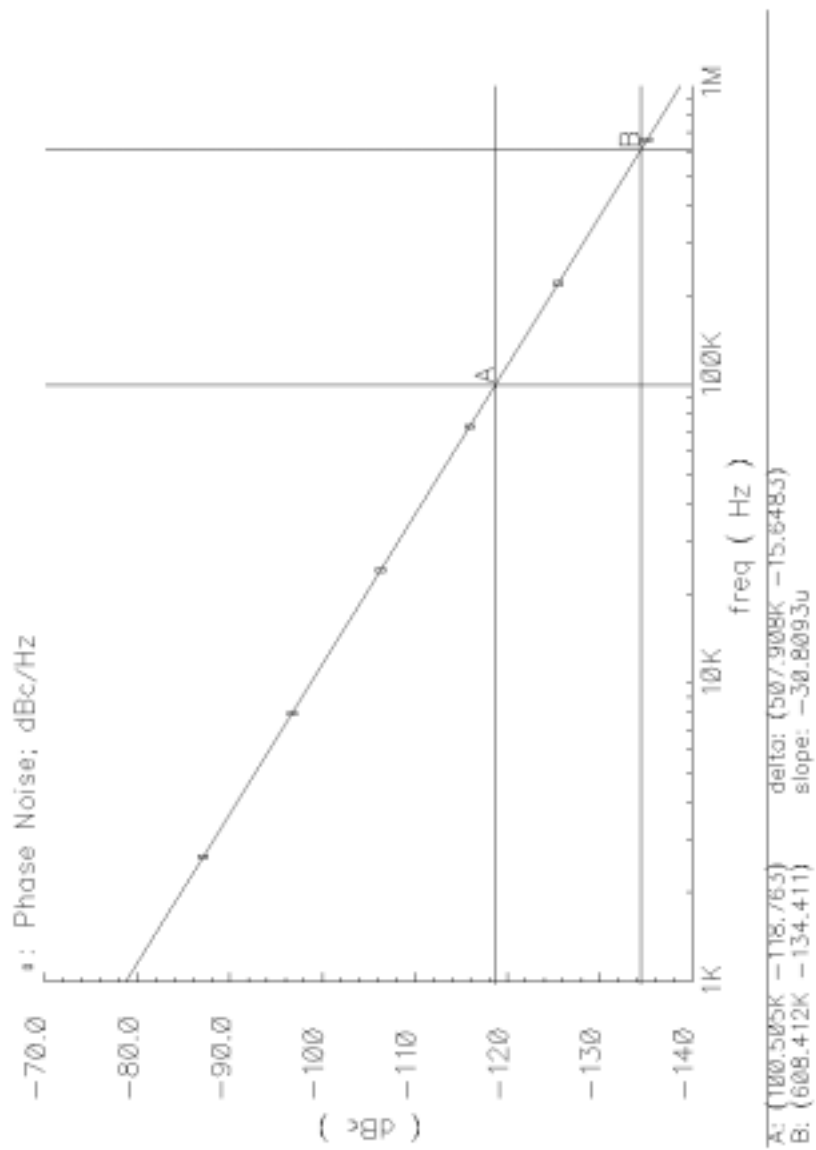


FIGURA 6.10

Rumore di fase su di una uscita dell'oscillatore a 8 fasi (solo rumore bianco)



CONCLUSIONI

In questo lavoro è stato presentato uno studio teorico di un oscillatore LC multifase, in particolare sono stati raggiunti i seguenti risultati:

- 1) sono stati studiati i "modo di funzionamento" e le loro conseguenze;
 - 2) è stata trovata una formulazione che fornisce la frequenza di lavoro dell'oscillatore multifase; in particolare tale formulazione riconferma la presenza dei modi ed esprime in forma generale la frequenza di lavoro di un oscillatore LC classico;
 - 3) è stato ricavato l'andamento del rumore bianco in funzione dei parametri di progetto; questa analisi riconferma inoltre la validità dei punti 1) e 2).
 - 4) lo studio ha permesso inoltre di considerare gli oscillatori multifase come una generalizzazione degli oscillatori di tipo
-

LC e Ring-Oscillator, ed in particolare trova riscontro nell'analisi fatta da Razavi nel caso di un Ring-Oscillator,[6].

5) è stata ricavata una formulazione che esprime l'errore di fase a seguito di un mismatch sulla capacità del tank, questo è importante perché si aggiunge uno strumento fondamentale al set di equazioni necessarie per la progettazione dell'oscillatore multifase. L'analisi ha confermato l'espressione della frequenza trovata nei modelli precedenti.

Questi risultati sono stati verificati con simulazioni a livello circuitale delle strutture analizzate, infine è stato presentato un esempio di dimensionamento di un oscillatore multifase.

APPENDICE

In questa sezione è contenuto il programma per MATHEMATICA usato per la linearizzazione e la risoluzione del sistema di equazioni che portano all'errore di fase di un oscillatore a 8 fasi.

Il programma può essere diviso in tre sezioni:

I) Nella prima vengono introdotte le equazioni differenziali che caratterizzano ciascun oscillatore: per ognuno vi è una coppia di equazioni, una che riguarda la frequenza e l'altra che riguarda la tensione. Tali equazioni vengono integrate su di un periodo dopo che è stata sostituita una soluzione sinusoidale.

II) La seconda parte consiste nella linearizzazione delle equazioni precedentemente integrate attraverso la derivata rispetto alla tensione, all'angolo e alla frequenza. Viene inoltre aggiunta al sistema linearizzato l'equazione che impone la chiusura delle fasi dell'anello di transistor di aggancio.

III) La terza parte consiste nella risoluzione del sistema lineare e nell'elaborazione degli errori di fase trovati: cioè consiste nel trovare una media degli errori quadratici e, tramite sostituzione, ottenere una formulazione in cui compaiano i parametri di progetto, quali la condizione di start-up, l'eccesso di rumore e la frequenza di lavoro voluta .

BIBLIOGRAFIA

-
- [1] Behzad Razavi, "Monolithic Phase-Locked Loops and Clock Recovery Circuits. Theory and Design"
 - [2] Rudel, " An integrated GSM/Dect Receiver: design specification"
 - [3] Meyer," Condition for start-up in cristal oscillator",IEEE j. Solid-state Circuit 1982
 - [4] Thomas H. Lee," The Design of CMOS Radio Frequency Integrated Circuits" Pag.533
 - [5] F.Svelto,S.Deantoni, R.Castello ,"On the design of monolithic LC-tank VCO for RF application"
 - [6] Behzad Razavi, "Analysis, Modelling, and Simulation of Phase Noise in Monolithic Voltage-Controlled Oscillators"
-

-
-
- [7] Thomas H. Lee, " The Design of CMOS Radio Frequency Integrated Circuits" Pag.92
- [8] Thomas H.Lee, Ali Hajimiri "The design of low noise oscillators"
- [9] Toyosaku Isobe, " A New Microwave Amplifier for Multi-channel FM Signals Using a Synchronized Oscillator"
- [10] Vasil Uzunoglu, "The synchronous Oscillator: a synchronization and tracking network" 1985 IEEE journal of solid circuit, vol. sl-20
